COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 AVRIL 1883.

PRÉSIDENCE DE M. É. BLANCHARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le Secrétaire perpétuel annonce à l'Académie la perte douloureuse qu'elle vient de faire dans la personne de M. *Roche*, Correspondant pour la Section d'Astronomie, décédé à Montpellier le 18 avril 1883.

Pour rendre un dernier hommage à la Mémoire de son éminent Correspondant, l'Académie décide que le Rapport rédigé récemment par M. Tisserand sur les travaux de M. Roche sera inséré dans les *Comptes rendus*.

Rapport sur les travaux de M. Roche, *professeur d'Astronomie à la Faculté des Sciences de Montpellier;* par M. F. Tisserand.

« Les travaux les plus remarquables de M. Roche se rapportent à la figure des corps célestes (planètes et comètes) et à la théorie cosmogonique de Laplace; ces Mémoires sont intimement liés les uns aux autres, et c'est en suivant l'enchaînement naturel de ses idées que l'auteur a développé avec succès, depuis quarante ans environ, divers Chapitres importants de la *Mécanique céleste*.

1° *Mémoires divers sur l'équilibre d'une masse fluide homogène assujettie à certaines conditions.*

» On connaît les belles recherches des géomètres sur l'équilibre d'une masse fluide homogène, animée d'un mouvement de rotation autour de son axe, et dont les molécules s'attirent suivant la loi de Newton.

» M. Roche s'est proposé de déterminer cette figure d'équilibre, en tenant compte d'une nouvelle force, l'attraction exercée par un centre situé à grande distance. Il a supposé que ce centre tourne avec une vitesse angulaire égale à celle du mouvement de rotation de la masse fluide; ce n'est pas là un problème de pure curiosité; la Lune se trouve précisément dans ce cas, et des expériences photométriques montrent qu'il en est de même pour les satellites de Jupiter et de Saturne; il semble que l'égalité des mouvements de translation et de révolution des satellites soit une loi générale de notre système planétaire.

» Le problème avait été traité par Laplace, dans le cas particulier où la masse du satellite est très petite par rapport à celle de la planète, et où la figure du satellite est supposée très peu différente de celle d'une sphère. Laplace avait trouvé qu'il existe, dans ces conditions, une seule figure d'équilibre : c'est un ellipsoïde tournant autour de son plus petit axe, et dont le plus grand axe est dirigé vers la planète.

» M. Roche a voulu s'affranchir des deux conditions restrictives mentionnées ci-dessus et, en supposant que la figure d'équilibre soit celle d'un ellipsoïde, il a cherché les longueurs des axes de cet ellipsoïde.

» Voici les résultats les plus importants auxquels il a été conduit par une analyse remarquable :

» Les ellipsoïdes servant de figures d'équilibre sont de deux sortes : ils sont allongés, les uns vers le point attirant, les autres dans une direction perpendiculaire, et, par conséquent, présentent un équilibre instable; il suffit donc de s'occuper des premiers. Si la vitesse de rotation est plus petite qu'une certaine limite, ces ellipsoïdes sont au nombre de deux; quand la vitesse augmente, les deux figures se rapprochent l'une de l'autre, et cessent d'exister quand la vitesse atteint la limite indiquée.

» Lorsque la vitesse est très petite, l'un des ellipsoïdes diffère très peu d'une sphère; l'autre est une sorte d'aiguille excessivement allongée vers la planète.

» M. Roche a ramené les calculs de ces figures d'équilibre à ceux de

transcendantes dépendant des fonctions elliptiques, et il a donné pour cela des Tables numériques qui ne laissent rien à désirer.

» Il a fait des applications intéressantes de ses formules, à la Lune d'abord, ensuite aux satellites de Jupiter et de Saturne; il trouve pour ces derniers des aplatissements beaucoup plus prononcés que dans le cas de la Lune.

» Dans un autre Mémoire, M. Roche reprend le problème, sans admettre *a priori* que la figure d'équilibre soit celle d'un ellipsoïde; il la suppose seulement peu différente d'une sphère, mais il admet en même temps que les vitesses de translation et de rotation sont différentes. Il est vrai que, dans ce cas, le fluide n'aura pas, à proprement parler, de figure d'équilibre permanente; mais, si l'on suppose que ce fluide prend à chaque instant la forme avec laquelle il serait en équilibre sous l'action des diverses forces, il n'y aura qu'à tenir compte ensuite d'une sorte de marée s'exerçant dans sa masse.

» L'auteur pense que, dans l'évolution du système solaire, ce cas a dû précéder et amener celui que nous présentent actuellement les satellites, qui sont aujourd'hui susceptibles d'une figure d'équilibre permanente.

» Il examine aussi ce qui arriverait, si le fluide était soumis en outre à l'action d'une force attractive suivant la loi de Newton et ayant son siège au centre de gravité; cette supposition comprend le cas où le fluide recouvrirait une sphère de densité différente. Il suppose enfin que le sphéroïde soit formé d'une infinité de couches de densités variables.

» Il trouve, dans tous les cas, pour solution, un ellipsoïde aplati aux pôles et allongé vers le corps extérieur; il arrive seulement que cette figure diffère plus de la sphère que dans le cas de l'homogénéité.

» Enfin, dans un troisième Mémoire, M. Roche considère la figure d'équilibre d'une masse fluide immobile, dont toutes les parties s'attirent mutuellement, soumise en outre à l'attraction d'un centre éloigné. Il trouve dans ce cas deux ellipsoïdes de révolution autour de l'axe dirigé vers le point attirant. Si l'on suppose que la distance au centre d'attraction aille en diminuant, il pourra se faire que les deux figures ellipsoïdales cessent d'exister; toutes choses égales d'ailleurs, cela arrivera d'autant plus vite que la densité du fluide sera plus petite.

» Ainsi, si l'on conçoit une comète tombant en ligne droite sur le Soleil, sa figure, d'abord sphérique, deviendra ellipsoïdale, s'allongera de plus en plus vers le centre d'attraction, et il pourra arriver que la figure ellipsoïdale cesse d'exister et que la masse de la comète se divise en plusieurs fragments, tombant chacun de leur côté vers le Soleil.

» Ici, M. Roche se trouvait amené tout naturellement à l'étude de la figure des comètes; nous dirons plus loin quels progrès il a fait accomplir à cette théorie.

2° Mémoires sur la constitution physique du globe terrestre (1848).

» I. On connaît la densité moyenne du globe et la densité moyenne des continents; la première est environ le double de la seconde : la Terre n'est donc pas homogène, le poids spécifique des couches intérieures doit être beaucoup plus grand que celui des couches superficielles; il doit aller en croissant de la surface au centre et d'une manière à peu près régulière. La connaissance de cette loi de variation serait très importante. En supposant fluide l'intérieur de la Terre, l'hypothèse la plus simple qui se présente est que le rapport de l'accroissement de pression à l'accroissement de densité soit proportionnel à la densité : c'est l'hypothèse célèbre de Legendre; elle rend les intégrations faciles.

» M. Roche a été conduit à imaginer une autre loi, d'après laquelle la diminution de densité serait proportionnelle au carré de la distance au centre; cette hypothèse est aussi vraisemblable que celle de Legendre ; l'auteur en conclut que la densité au centre de la Terre serait à peu près le double de la densité moyenne. C'est à l'expérience de prononcer entre les deux hypothèses; or M. Airy a fait, en 1854, une observation importante, en faisant osciller un pendule au fond d'un puits de mine de 385^m; il a constaté une augmentation de l'intensité de la pesanteur; la loi de M. Roche représente, à fort peu près, le résultat de l'observation, tandis que la loi de Legendre s'en éloigne sensiblement.

» Bien qu'une seule expérience ne puisse être décisive dans une matière aussi délicate, il n'en résulte pas moins que l'hypothèse de M. Roche est aujourd'hui plus vraisemblable que celle de Legendre.

3° Mémoire sur l'état intérieur du globe terrestre (1881).

» Environ trente ans après le travail précédent, M. Roche en a publié un autre beaucoup plus important. Nous allons essayer d'en donner une idée.

» On admet généralement que la Terre est entièrement fluide dans son intérieur, à l'exception d'une croûte superficielle très mince ; la plupart des études mathématiques faites sur la figure et la constitution intérieure de la Terre prennent cette hypothèse pour point de départ.

» Dans ces dernières années, cette supposition a été vivement controversée, particulièrement par notre illustre Associé étranger, sir W. Thomson, qui pense que les marées qui se produiraient nécessairement dans cette masse fluide, sous l'influence du Soleil et de la Lune, seraient telles qu'aucune enveloppe ne pourrait y résister.

» Il était donc intéressant de reprendre les études mathématiques sur la constitution physique du globe, dans une hypothèse différente, par exemple en supposant le globe terrestre formé d'un noyau solide, recouvert d'une couche moins dense, qui peut être partiellement fluide à une certaine profondeur.

» Pour prononcer entre les deux systèmes, on a trois données de l'expérience, savoir :

» La densité moyenne ;

» L'aplatissement à la surface, déterminé par les mesures géodésiques ;

» Une certaine constante dépendant des moments d'inertie, donnée par la précession des équinoxes.

» En admettant la loi de Legendre, ou la sienne propre, M. Roche a montré que l'hypothèse de la fluidité complète ne peut pas représenter à la fois, dans la limite des erreurs des observations, l'aplatissement à la surface, tel qu'il résulte des mesures les plus précises, et la constante de la précession des équinoxes.

» Il conclut à l'impossibilité de la fluidité complète.

» Il s'est proposé alors de voir si, avec un noyau central solide, on peut arriver à obtenir l'accord qui vient de nous échapper.

» Il a trouvé qu'on peut tout concilier en supposant la densité du noyau intérieur égale à 7 environ, celle de la couche extérieure égale à 3, et son épaisseur égale au sixième du rayon. Le bloc terrestre intérieur serait donc, pour le poids spécifique, analogue aux fers météoriques; tandis que la couche qui l'enveloppe serait comparable aux aérolithes de nature pierreuse, où le fer n'entre qu'en faible proportion.

4° *Mémoires divers sur la figure des comètes.*

» Nous avons vu que M. Roche, après s'être occupé de la figure des satellites, s'était trouvé conduit tout naturellement à la théorie de la figure des comètes. Il s'est proposé d'étudier les phénomènes qui doivent se passer dans l'atmosphère d'une comète, en ayant égard aux seules forces mécaniques dues aux attractions du Soleil et de la comète elle-même.

» M. Roche est parti d'un travail de Laplace, sur la figure des atmo-

sphères des corps célestes. Laplace avait surtout en vue l'atmosphère du Soleil; il avait donné dans ce cas l'équation générale des surfaces de niveau, mais il n'avait pas mis en évidence une propriété curieuse de ces surfaces; M. Roche a approfondi cette recherche et en a tiré des résultats très intéressants.

» Il considère une comète sous la forme d'un noyau où se trouve concentrée la plus grande partie de la masse de la comète; ce noyau est entouré d'une atmosphère dont les divers points sont attirés à la fois par le Soleil et par le centre de gravité du noyau.

» Il montre que les couches de niveau de cette atmosphère, qui seront sensiblement sphériques si la comète est très éloignée du Soleil, doivent s'allonger vers cet astre si la comète s'en rapproche.

» L'atmosphère ne peut pas s'étendre indéfiniment; elle est limitée aux points où l'attraction du Soleil balance celle du noyau central. Il existe donc une dernière surface de niveau où l'atmosphère se termine forcément; tout ce qui est au delà doit abandonner la comète et se disperser dans l'espace.

» M. Roche montre que cette surface limite offre deux points singuliers, où elle se confond avec un cône. En dedans de cette surface limite, les surfaces de niveau sont fermées; au delà, elles s'ouvrent dans le voisinage de ces points singuliers pour se développer en nappes infinies. Il en résulte que si, pour une cause quelconque, le fluide cométaire vient à dépasser la surface limite, il s'écoulera par les deux points singuliers et se disséminera dans l'espace.

» D'après cette théorie, toute comète devrait avoir deux queues, dirigées, l'une vers le Soleil, l'autre à l'opposé, ce qui est contraire à l'observation. La théorie était donc en défaut, ou elle était incomplète.

» C'est à ce moment que notre Confrère, M. Faye, introduisit dans la Science la notion d'une force répulsive, émanant du Soleil et s'exerçant principalement sur les matériaux de faible densité, tels que les parties qui constituent l'atmosphère des comètes; M. Faye réussit à expliquer, à l'aide de cette force, toutes les particularités présentées par la comète de Donati.

» M. Roche se trouva ainsi conduit à reprendre ses recherches sur la figure des comètes, en y introduisant la force de M. Faye.

» L'étude des nouvelles surfaces de niveau lui montra qu'elles étaient profondément modifiées; l'un des points singuliers de la surface limite se trouvait supprimé : c'était celui qui était tourné du côté du Soleil; donc,

dans la nouvelle hypothèse, les comètes ne devaient plus présenter qu'une queue opposée au Soleil.

» M. Roche put comparer jusque dans ses moindres détails les résultats de sa théorie avec ceux que l'observation avait fournis pour la comète de Donati; c'est ainsi qu'il expliqua la raie noire qui se trouvait au milieu de la queue, les changements de courbure présentés par certaines lignes de la queue.

» M. Roche a pu faire, dans un autre ordre d'idées, une application intéressante de ses idées en fixant une limite supérieure de la masse des comètes. Laplace avait prouvé que la masse de la comète de Lexell, qui a passé très près de la Terre, était au plus la $\frac{1}{5000}$ partie de la masse de la Terre; c'est là le seul renseignement qu'on ait eu pendant longtemps sur les masses des comètes. M. Roche a déduit de sa théorie une relation entre la masse d'une comète, le diamètre de son atmosphère et sa distance au Soleil; il est sans doute difficile de fixer par l'observation le diamètre de l'atmosphère d'une comète; toutefois, M. Roche a pu montrer d'une manière plausible que la masse de la comète de Donati était inférieure à la $\frac{1}{20000}$ partie de la masse de la Terre.

5° *Essai sur la constitution et l'origine du système solaire.*

» Les études de M. Roche sur la figure des corps célestes et sur la disposition des couches de niveau dans les atmosphères qui les entourent l'ont conduit à des résultats intéressants, applicables au Soleil, à son atmosphère et à la nébuleuse qui, par condensation progressive, a produit les divers membres du système solaire.

» M. Roche a été amené ainsi à développer la belle théorie cosmogonique de Laplace, à la préciser sur certains points, à la modifier sur d'autres.

» Ici encore, c'est l'étude géométrique des surfaces de niveau qui le conduit à des résultats nouveaux et intéressants.

» En suivant pas à pas la théorie de Laplace, on rencontre une première difficulté à propos de la Lune; à une certaine époque, la nébuleuse terrestre a dû s'étendre au delà de la Lune; or, en calculant, d'aprés les idées de Laplace, la plus grande distance où ait jamais atteint l'atmosphère terrestre, on trouve que cette distance serait les trois quarts seulement de la distance de la Terre à la Lune.

» Une difficulté du même ordre se présente à propos de l'anneau de Saturne, qui est considéré par Laplace comme une preuve encore subsistante, un témoin des phases par lesquelles ont passé les zones délaissées par

le Soleil avant de se transformer en planètes. Les anneaux de Saturne se trouvent à moitié compris dans une région où il serait impossible que l'atmosphère de Saturne eût abandonné ces matériaux.

» M. Roche a éclairci ces points délicats, et beaucoup d'autres analogues dans le système solaire, à l'aide d'une conception ingénieuse. Laplace n'avait considéré que les parties abandonnées par la nébuleuse solaire dans la région de l'équateur. M. Roche a montré que la position de la nébuleuse solaire devenue libre ne vient pas seulement de l'équateur, mais d'une nappe superficielle qui s'étend beaucoup plus loin vers les deux pôles et qui se met à couler vers l'ouverture équatoriale.

» Il a été ainsi conduit à admettre la formation d'anneaux intérieurs à la nébuleuse, qui deviennent libres plus tard, mais dans des conditions autres que les anneaux extérieurs de Laplace; c'est dans ces anneaux intérieurs qu'il trouve une explication plausible de phénomènes qui échappaient à la théorie cosmogonique de Laplace.

» Dans cette exposition rapide, nous avons laissé de côté des travaux importants dont nous dirons un mot en terminant.

» M. Roche a appliqué la méthode de la variation des constantes arbitraires, recommandée par Poisson, à la détermination de l'inégalité parallactique du mouvement de la Lune; Poisson avait fait lui-même ce calcul, mais incomplètement; il avait omis, en effet, plusieurs termes sensibles, dont M. Roche a tenu compte.

» Nous mentionnerons également ses Mémoires sur la lumière du Soleil; ses recherches historiques sur les offuscations du Soleil, sur l'ancien observatoire de Montpellier; son travail sur le climat actuel de Montpellier, comparé aux observations du siècle dernier.

» Enfin, dans un autre ordre d'idées, M. Roche a trouvé pour la série de Taylor une forme du reste, qui figure aujourd'hui dans tous les Traités de Calcul différentiel.

» Par la variété, l'étendue et l'importance de ses recherches astronomiques, M. Roche s'est fait une place à part; la Section d'Astronomie a voulu lui donner un témoignage de haute estime en le mettant sur la liste des candidats à la place laissée vacante par le décès de M. Liouville.

» Moins de deux semaines après la lecture de ce Rapport, qu'elle avait pleinement approuvé, l'Académie apprenait le décès de M. Roche; elle a voulu honorer la mémoire d'un savant éminent qui, pendant quarante années, a occupé avec une rare distinction la chaire d'Astronomie de la Fa-

culté des Sciences de Montpellier, et elle a décidé l'impression de ce Rapport dans les *Comptes rendus*. »

ASTRONOMIE. — *Nouvelle méthode pour la détermination des ascensions droites des polaires et de l'inclinaison au-dessus de l'équateur* (suite); par M. **Lœwy** (¹).

« Dans la précédente Communication, le développement de la formule définitive relative à la détermination de l'inclinaison de l'axe au-dessus de l'équateur, inclinaison représentée par n, a donné

$$n = \frac{P'-P''}{\Delta''-\Delta'}\,\frac{P'+P''}{2} + \left(\frac{l''+l'}{2} - v_0\right)\cos\frac{P'+P''}{2} - \mathrm{I}\sin\frac{P'+P''}{2};$$

le système d'équations qui a servi de point de départ est le suivant :

$$(1)\quad \begin{cases} \sin\delta = -\sin n \sin\Delta' + \cos n \cos\Delta' \sin\delta', \\ \sin\delta = -\sin n \sin\Delta'' + \cos n \cos\Delta'' \sin\delta'', \end{cases}$$

$$(2)\quad \begin{cases} \cos(\tau'-m)\cos\delta = \cos\delta'\cos\Delta', \\ \cos(\tau''-m)\cos\delta = \cos\delta''\cos\Delta'', \end{cases}$$

$$(3)\quad \begin{cases} \sin(\tau'-m)\cos\delta = \cos n \sin\Delta' + \sin n \cos\Delta' \sin\delta', \\ \sin(\tau''-m)\cos\delta = \cos n \sin\Delta'' + \sin n \cos\Delta'' \sin\delta'', \end{cases}$$

$$(4)\quad \begin{cases} \sin(\tau'-m)\cos\delta\cos n = \sin\Delta' + \sin n \sin\delta, \\ \sin(\tau''-m)\cos\delta\cos n = \sin\Delta'' + \sin n \sin\delta. \end{cases}$$

» Nous allons maintenant déterminer quel est l'intervalle de temps nécessaire entre les deux opérations conjuguées pour que le coefficient de l'inconnue $\frac{P'+P''}{\Delta''-\Delta'}$ devienne égal à l'unité. En combinant les deux équations (3) et en négligeant m et n, ce qui est permis ici, on obtient

$$(5)\quad \cos\delta \sin\frac{\tau''-\tau'}{2}\cos\frac{\tau''+\tau'}{2} = \sin\frac{\Delta''-\Delta'}{2}\cos\frac{\Delta''+\Delta'}{2};$$

d'une façon analogue, on obtient par les équations (2)

$$(6)\quad \begin{cases} \cos\delta\cos\frac{\tau''-\tau'}{2}\cos\frac{\tau''+\tau'}{2} = \cos\frac{\delta''+\delta'}{2}\cos\frac{\delta''-\delta'}{2}\cos\frac{\Delta''+\Delta'}{2}\cos\frac{\Delta''-\Delta'}{2} \\ \qquad + \sin\frac{\delta''+\delta'}{2}\sin\frac{\delta''-\delta'}{2}\sin\frac{\Delta''+\Delta'}{2}\sin\frac{\Delta''-\Delta'}{2}, \end{cases}$$

(¹) Voir *Comptes rendus*, séance du 16 avril 1883, p. 1098.

et finalement, en divisant (5) par (6), on a

$$\operatorname{tang}\frac{\tau''-\tau'}{2}=\frac{\operatorname{tang}\dfrac{\Delta''-\Delta'}{2}}{\cos\dfrac{\delta''+\delta'}{2}\cos\dfrac{\delta''-\delta'}{2}+\sin\dfrac{\delta''+\delta'}{2}\sin\dfrac{\delta''-\delta'}{2}\operatorname{tang}\dfrac{\Delta''+\Delta'}{2}\operatorname{tang}\dfrac{\Delta''-\Delta}{2}}.$$

» Si l'on considère que $\Delta''-\Delta'$ est tout au plus $1^\circ 20'$ et que $\Delta''+\Delta'$ et $\delta''-\delta$ sont très faibles, puisque les observations doivent être faites symétriquement des deux côtés du plan instrumental, on reconnaît facilement que le premier terme du dénominateur se réduit à $\frac{P''+P'}{2}$. Le second terme étant une faible quantité du troisième ordre, on peut écrire

$$\operatorname{tang}\frac{\tau''-\tau'}{2}=\frac{\Delta''-\Delta'}{2\left(\dfrac{P''+P'}{2}\right)};$$

en posant $\dfrac{\Delta''-\Delta'}{\dfrac{P''+P'}{2}}=1$, on aura

$$\operatorname{tang}\frac{\tau''-\tau'}{2}=\frac{1}{2};$$

par conséquent,

$$\frac{\tau''-\tau'}{2}=1^{h}46^{m};$$

par suite, pour que n soit uniquement affecté de l'erreur qui dépend de l'inexactitude des pointés en distance polaire, il faut que l'intervalle écoulé soit égal à trois heures et demie. En admettant pour $\frac{P''+P'}{2(\Delta''-\Delta')}$ la valeur $\frac{3}{2}$, on aura

$$\operatorname{tang}\frac{\tau''-\tau'}{2}=\frac{1}{3}=1^{h}7^{m},$$

c'est-à-dire l'intervalle de temps égal à deux heures un quart. Comme on le voit, sans augmenter d'une façon notable l'erreur tenant au premier terme, on peut diminuer sensiblement l'intervalle de temps entre les deux opérations conjuguées, mais il ne faudrait pas descendre au-dessous de la limite de deux heures un quart, à moins d'être obligé de multiplier dans une proportion notable les pointés sur la polaire.

» Il reste encore à indiquer pour la pratique le moyen de reconnaître parmi les polaires qui passent celles qui se trouvent dans les conditions favorables exigées pour la solution du problème. D'après ce qui a été exposé, on doit surtout observer symétriquement par rapport au méridien

et de façon que le chemin parcouru par l'astre soit égal à la distance polaire apparente. Par conséquent, lorsque l'on dirige la lunette vers le pôle en faisant la lecture de la distance instrumentale, toutes les étoiles dont la valeur $l - v_0 = \frac{P'}{2}$ réaliseront les conditions requises.

» Les valeurs numériques suivantes pour l'inclinaison de l'axe au-dessus de l'équateur ont été trouvées dans quatre nuits d'observations par M. Renan et moi, et dans des conditions très variées, choisies quelquefois volontairement défavorables. C'est ainsi que, le 5 avril, les étoiles ont été observées à travers des nuages et près de l'extinction. Il a fallu alors recourir aux fils brillants pour pouvoir distinguer ces astres, dont la grandeur variait entre la dixième et la huitième. Les mesures n'ont pas toujours été effectuées symétriquement par rapport au plan instrumental, de sorte que la valeur de P' — P'' atteignait 6'. Dans la soirée du 9 avril, comme on le voit, on a abrégé d'une façon notable l'intervalle entre les observations conjuguées.

	Avril 2.		Avril 5.		Avril 6.		Avril 9.	
	n.	Intervalle entre les observations.	*n.*	Intervalle entre les observations.	*n.*	Intervalle entre les observations.	*n.*	Intervalle entre les observations.
	s	h m	s	h m	s	h m	s	h m
Polaire 1.	—0,48	3.28	—0,42	3.13	—0,49	3.50	—0,41	3.2
Polaire 2.	—0,51	3.44	—0,37	3.15	—0,55	3.49	—0,34	3.3
Polaire 3.	—0,55	3.48	—0,37	3.20	—0,56	3.44	—0,35	2.9
Polaire 4.	—0,53	3.42	—0,34	2.53	—0,52	3.45		

» L'azimut de la mire a été déduit au moyen des polaires par la méthode ordinaire et par la nouvelle méthode.

	Méthodes	
Dates.	ordinaire.	nouvelle.
	s	s
Avril 2	+2,80	+2,75
» 5	+2,80	+2,76
» 6	+2,63	+2,77
» 9	+2,63	+2,63

» On constate l'accord très satisfaisant que présentent aussi bien les valeurs individuelles de *n* que les valeurs trouvées pour l'azimut de la mire. La discordance du 9 avril s'explique par une petite erreur commise dans le nivellement ou dans la lecture de la mire, quantités qui entrent dans la détermination de l'azimut.

» Nous allons maintenant établir le principe de la seconde méthode qui repose sur l'observation du temps combinée avec la mesure de la distance par rapport au plan instrumental. Par la combinaison des équations (1) ou (3) on obtient

$$(7)\qquad \sin(\tau' - m)\cos\delta\cos n = \sin\Delta' + \sin n \sin\delta,$$
$$(8)\qquad \sin(\tau'' - m)\cos\delta\cos n = \sin\Delta'' + \sin n \sin\delta;$$

de là on a

$$\begin{aligned}\sin n \sin\delta[\sin(\tau'' - m) - \sin(\tau' - m)]\\ = \sin\Delta''\sin(\tau' - m) - \sin\Delta'\sin(\tau'' - m)\end{aligned}$$

et ensuite

$$(9)\qquad \left\{\begin{aligned}\sin n \sin\delta = &- \sin\frac{\Delta'' + \Delta'}{2}\cos\frac{\Delta'' - \Delta'}{2}\\ &+ \frac{\sin\frac{\Delta'' - \Delta'}{2}\cos\frac{\Delta'' + \Delta'}{2}}{\operatorname{tang}\frac{\tau'' - \tau'}{2}}\operatorname{tang}\left(\frac{\tau'' + \tau'}{2} - m\right).\end{aligned}\right.$$

» En désignant par t' et t'' les époques des observations, par $\mathcal{A}$ l'ascension droite de la polaire, on aura

$$(10)\qquad \left\{\begin{aligned}\sin n \sin\delta = &- \sin\frac{\Delta'' + \Delta'}{2}\cos\frac{\Delta'' - \Delta'}{2}\\ &+ \frac{\sin\frac{\Delta'' - \Delta'}{2}\cos\frac{\Delta'' + \Delta'}{2}}{\operatorname{tang}\frac{t'' - t'}{2}}\operatorname{tang}\left(\frac{t'' + t'}{2} - \mathcal{A} - m\right).\end{aligned}\right.$$

» On peut aussi écrire

$$n\sin\delta = -\frac{\Delta'' + \Delta'}{2} + \frac{\frac{\Delta'' - \Delta'}{2}}{\operatorname{tang}\frac{t'' - t'}{2}}\operatorname{tang}\left(\frac{t'' + t'}{2} - \mathcal{A} - m\right);$$

on voit que la valeur de n sera indépendante de l'ascension droite de la circumpolaire lorsque $\frac{t'' - t'}{2}$ sera égal à 90°; dans ce cas, $n \sin\delta$ devient égal à $-\frac{\Delta'' + \Delta'}{2}$. On remarquera qu'il y a une infinité de solutions par lesquelles on arrive à satisfaire à cette condition; elle aura lieu lorsque les deux observations conjuguées seront faites à douze heures d'intervalle.

» Il importe de rechercher quel est l'angle horaire qui donne pour l'in-

connue la précision la plus élevée. Pour faciliter cette discussion, nous allons donner à la dernière équation une forme un peu différente.

» En retranchant (7) de (8), on a

$$\cos\delta\cos n\sin\frac{\tau''-\tau'}{2}\cos\left(\frac{\tau''+\tau'}{2}-m\right)=\sin\frac{\Delta''-\Delta'}{2}\cos\frac{\Delta''+\Delta'}{2};$$

en substituant dans (9) les valeurs trouvées pour $\sin\frac{\Delta''-\Delta'}{2}\cos\frac{\Delta''+\Delta'}{2}$, on obtient

$$\sin n\sin\delta=-\sin\frac{\Delta''+\Delta'}{2}\cos\frac{\Delta''-\Delta'}{2}$$
$$+\cos\delta\cos n\sin\left(\frac{\tau''+\tau'}{2}-m\right)\cos\left(\frac{\tau''-\tau'}{2}\right),$$

ou

$$n\sin\delta=-\frac{\Delta''+\Delta'}{2}+\cos\delta\cos n\sin\left(\frac{\tau''+\tau'}{2}-m\right)\cos\frac{\tau''-\tau'}{2}.$$

» En différentiant par rapport à $\tau''-\tau'$ et $\tau''+\tau'$, on obtient

$$dn\sin\delta=-d\frac{\Delta''+\Delta'}{2}+\cos\delta\cos n\cos\left(\frac{\tau''+\tau'}{2}-m\right)d\frac{\tau''+\tau'}{2}\cos\left(\frac{\tau''-\tau'}{2}\right)$$
$$-\cos\delta\cos n\sin\left(\frac{\tau''+\tau'}{2}-m\right)\sin\frac{\tau''-\tau'}{2}d\frac{\tau''-\tau'}{2};$$

dans le cas où $\frac{\tau''-\tau'}{2}=90°$, on aura

$$dn\sin\delta=-\cos\delta\cos n\cos(\tau+m)d\frac{\tau''-\tau'}{2}\sin 1''-d\frac{\Delta''+\Delta'}{2},$$

et, $\frac{\tau''-\tau'}{2}$ étant égal à $\frac{t''-t'}{2}$, on voit que l'erreur provenant de l'estime des polaires est un maximum quand $\tau''-\tau'=0$, c'est-à-dire à l'époque des passages supérieurs et inférieurs. La méthode ordinairement employée est donc la moins exacte pour la détermination de la valeur absolue de n.

» Pour déduire maintenant les ascensions droites par cette méthode, nous allons combiner les deux équations (4)

$$\sin(\tau'-m)\cos\delta\cos n=\sin\Delta'+\sin\delta\sin n,$$
$$\sin(\tau''-m)\cos\delta\cos n=\sin\Delta''+\sin\delta\sin n.$$

» En éliminant n, on a

$$\cos\delta\cos n\left(\sin\frac{\tau''-\tau'}{2}\cos\frac{\tau''+\tau'}{2}-m\right)=\sin\frac{\Delta''-\Delta'}{2}\cos\frac{\Delta''+\Delta'}{2}=\sin\frac{\Delta''-\Delta'}{2},$$

et, en différentiant, par rapport à $\tau'' - \tau'$ et $\tau'' + \tau'$,

$$\cos\frac{\tau''-\tau'}{2}\cos\left(\frac{\tau''+\tau'}{2}-m\right)d\frac{\tau''-\tau'}{2}$$
$$-\sin\frac{\tau''-\tau'}{2}\sin\left(\frac{\tau''+\tau'}{2}-m\right)d\frac{\tau''+\tau'}{2}=d\frac{\Delta''-\Delta'}{2},$$

en posant

$$\frac{\tau''-\tau'}{2}=90^\circ,\quad \frac{\tau''+\tau'}{2}-m=\mathcal{A}-\frac{t''+t'}{2}-m=\mathcal{A}-t'-90^\circ-m,$$
$$d\frac{\tau''+\tau'}{2}=d\mathcal{A}-d\frac{t''+t'}{2};$$

remplaçant dans l'équation différentielle, on obtient

$$-\cos(\tau'+m)\left[d\left(\frac{t'+t''}{2}\right)-d\mathrm{A}\right]=d\frac{\Delta''-\Delta'}{2},$$

d'où

$$d\mathrm{A}=d\left(\frac{t'+t''}{2}\right)+\frac{d\frac{\Delta''-\Delta'}{2}}{\cos(\tau'+m)}.$$

» On reconnaît que l'erreur de $d\mathrm{A}$ tient à deux causes, à l'erreur dans l'estime du passage et à l'erreur des pointés sur la polaire. Cette dernière inexactitude atteint son maximum quand t' est égal à 90°; il convient donc de ne pas effectuer les mesures loin du méridien. Le cosinus de 45° étant 0,71, on peut commencer l'étude trois heures avant ou après le passage de l'astre au plan instrumental.

» En résumé, si l'on veut, dans l'intérêt général de la réduction, obtenir par ce procédé la plus grande exactitude pour l'inclinaison de l'axe, il faudra effectuer les observations lors de la plus grande digression, tandis que, si on limite le problème à la recherche des ascensions droites absolues des polaires, il convient de les déterminer près des époques des passages au méridien. On remplira d'une manière très satisfaisante les deux conditions à la fois, en les observant à trois heures d'angle horaire. Mais, si on limite l'étude à la recherche des ascensions droites des polaires, on peut, d'après les indications fournies par l'analyse et sans augmenter dans une proportion notable l'erreur, commencer l'observation trois heures avant ou trois heures après le passage au méridien. On a donc ainsi la possibilité de recueillir un plus grand nombre d'observations doubles. Il suffit, pour atteindre ce but, de choisir, pour le commencement, l'heure de telle façon que l'observation du jour se fasse à peu près à l'époque du lever ou du coucher du Soleil.

» Il nous reste encore à examiner l'exactitude relative dans la détermination de n par la première méthode et la méthode ordinaire.

» On a, d'après la première méthode, lorsque les observations sont faites symétriquement :

$$dn = d(P' - P'')\frac{P' + P''}{2(l'' - l')} - \cos\frac{P'' + P'}{2}\, d\frac{l' + l''}{2};$$

en posant

$$\frac{P' + P''}{2(l'' - l')} = 1 \quad \text{et} \quad \cos\frac{P'' + P'}{2} = 1,$$

on obtient

$$dn = d(P' - P'') - d\frac{l' + l''}{2}.$$

» Par la seconde méthode, on a

$$dn \sin\delta = -\cos\delta \cos n \cos(\tau' + m)\, d\frac{t'' - t'}{2} \sin 1'' - d\frac{\Delta'' + \Delta'}{2},$$

et, en posant pour le passage supérieur ou inférieur $\tau' = 0$ et mettant

$$\sin\delta = 1 \quad \text{et} \quad \cos n = 1,$$

on aura

$$dn = -\cos\delta\, d\frac{t'' - t'}{2} \sin 1'' - d\frac{l' + l''}{2}.$$

» Il n'y a qu'à comparer les deux valeurs de dn pour juger de l'exactitude relative. En supposant les observations faites avec un grossissement de cent fois, on peut admettre dans la région polaire, pour l'erreur tenant à l'estime, $0^s,035 \operatorname{séc}\delta$ et, par conséquent,

$$-\cos\delta \frac{0,035 \operatorname{séc}\delta}{\sqrt{2}} = \pm 0^s,025.$$

» Lorsque l'on a effectué vingt pointés sur la polaire, l'erreur d'un pointé étant admise $0'',3$, on a pour l'erreur

$$P' - P'' = \frac{0'',3\sqrt{2}}{\sqrt{20}} = 0'',9;$$

par conséquent, au maximum, 0,01 de seconde de temps. On voit donc la supériorité du nouveau procédé sur l'ancien. »

THERMOCHIMIE. — *Sur quelques relations entre les températures de combustion, les chaleurs spécifiques, la dissociation et la pression des mélanges tonnants*; par M. **Berthelot**.

« Autrefois on calculait la température de combustion d'un mélange gazeux, d'après la chaleur développée, en supposant la combinaison totale et les chaleurs spécifiques des gaz composés, tels que l'acide carbonique et la vapeur d'eau, constantes et égales à la valeur qu'elles possèdent à la température ordinaire. Mais, depuis la découverte de la dissociation, on a reconnu que les températures ainsi calculées devaient être beaucoup trop élevées.

» M. Bunsen, en 1867, eut l'idée de les mesurer, ainsi que la dissociation elle-même, en déterminant la pression développée pendant l'explosion des mélanges gazeux, opérée en vases clos. Mais ses conclusions reposaient sur l'hypothèse de l'invariabilité des chaleurs spécifiques.

» J'ai montré, en 1877 (¹), que cette hypothèse n'est pas admissible, et j'ai établi en même temps (circonstance inaperçue jusque-là) qu'on peut l'éliminer du problème des températures, ainsi que les chaleurs spécifiques mêmes, à l'aide de formules faciles à établir d'ailleurs : car elles dérivent de celles qui caractérisent en Physique le thermomètre à air; mais on les applique ici à la discussion d'un phénomène chimique.

» On peut, en effet, soit calculer la température de combustion et la dissociation, dans le cas où les gaz se combinent sans changement de volume (²), en connaissant seulement la chaleur totale de combinaison et la pression développée; soit calculer deux limites entre lesquelles la température de combustion est nécessairement comprise (³), sans autre donnée que la pression développée.

» En général, étant donné un système réversible, c'est-à-dire tel que la dissociation tende à en reproduire les composants initiaux, on a (⁴), d'après

(¹) *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 2ᵉ série, t. VI, p. 94. — *Annales de Chimie et de Physique*, 5ᵉ série, t. XII, p. 302.

(²) *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 2ᵉ série, t. VI, p. 67 et 94.

(³) *Ibid.*, p. 97.

(⁴) t est la température de combustion; P la pression développée; H la pression initiale; g le rapport entre le volume des produits complètement combinés et celui des mêmes corps entièrement dissociés; k la fraction réellement combinée. Si la température initiale est supérieure à 0°, égale à τ par exemple; alors on remplace P par $P\left(1+\frac{\tau}{273}\right)$.

les lois de Mariotte et de Gay-Lussac, et en partant de 0°,

$$(1) \qquad t = 273\left(\frac{P}{H_0}\frac{1}{1-k+kg} - 1\right).$$

» S'il n'y a pas dissociation, cette formule se réduit à

$$(2) \qquad t_1 = 273\left(\frac{P}{H_0}\frac{1}{g} - 1\right);$$

c'est l'une des deux limites cherchées. L'autre s'obtient en posant $k = 0$,

$$(3) \qquad t_2 = 273\left(\frac{P}{H_0} - 1\right).$$

» J'ai établi ainsi l'existence réelle de températures voisines de 3000°, températures élevées dont la production dans les phénomènes chimiques était alors regardée comme douteuse.

» Dans le cas où la combinaison ne change pas le volume, les deux limites se confondent et la température de combustion est déterminée.

» On peut tirer de ces formules des notions importantes sur les chaleurs spécifiques et sur la dissociation. En effet, la température de combustion étant connue, ainsi que la chaleur de combinaison Q, le quotient de ces deux quantités, soit

$$(4) \qquad \gamma = \frac{Q}{t},$$

représente, sans aucune hypothèse, la quantité moyenne de chaleur restituée par le système, pour chaque degré compris entre la température de combustion t et 0°. C'est ce que j'appellerai la *chaleur spécifique apparente moyenne du système*.

» Précisons-en la signification. S'il n'y a pas dissociation, ce sera la *chaleur spécifique moyenne du composé* [1]. En la comparant avec la chaleur spécifique du même corps, à la température ordinaire, on reconnaîtra si la chaleur spécifique est variable et quelle en est la variation.

» S'il y a dissociation, la chaleur spécifique apparente représente une quantité complexe, d'ordre physique et d'ordre chimique, qui comprend à la fois la chaleur spécifique du composé, celles de ses composants et la chaleur graduellement dégagée, à mesure que la combinaison se complète pendant le refroidissement. La connaissance de cette fonction complexe,

---

[1] Sous une pression qui varie depuis P jusqu'à H.

pour une série de températures, est fort importante dans une multitude de phénomènes, car elle mesure le travail même nécessaire pour élever la température du composé. Si d'ailleurs on peut, par quelque autre voie, réussir à mesurer les chaleurs spécifiques distinctes du composé et des composants, on en déduit la dissociation.

» En tout cas, on peut obtenir une limite maximum de celle-ci. En effet, la chaleur spécifique des gaz composés va d'ordinaire en croissant avec la température. En multipliant la valeur qu'elle possède à la température ordinaire par la température t, celle-ci étant soit définie, soit prise égale à la plus basse des deux limites, t_2, on aura la plus faible quantité de chaleur compatible avec la formation de la proportion du composé qui donne lieu à la pression observée : le rapport entre cette quantité de chaleur et la chaleur totale de combinaison fournit donc une limite maximum de la dissociation.

» Supposons maintenant deux gaz élémentaires unis à volumes égaux, et sans condensation : d'après les lois théoriques connues, les chaleurs spécifiques des éléments doivent être égales sous un volume donné, et il en est de même de celle de leur composé. Dès lors, il suffirait de diviser la chaleur de combinaison, Q, par la chaleur spécifique du composé, telle qu'elle vient d'être définie, chaleur identique à la somme de celles des composants, pour obtenir la température, T, qui devrait se produire s'il y avait combinaison totale. Le rapport de la température effective, t, à la température T, soit $\frac{t}{T} = k$, serait précisément celui du volume de la portion réellement combinée au volume total, c'est-à-dire qu'il définirait la dissociation.

» Pour le gaz chlorhydrique, HCl, par exemple, on a : $P = 7^{atm}$ vers 15°; d'après MM. Mallard et Le Châtelier (*Journal de Physique*, 2e série, t. I, p. 182; 1882), il en résulterait $t = 1750^o$. Soit encore 4,8 la valeur supposée constante et identique des chaleurs spécifiques à volume constant (HCl, H^2, Cl^2), et soit la chaleur de combinaison, 22000^{cal} : la combinaison totale répondrait à 4600° et la fraction combinée à $\frac{1750}{4600} = 0,38$.

» Si l'on suppose au contraire la totalité combinée, la chaleur spécifique moyenne entre 0° et 1750°, à volume constant, sera 12,6; c'est-à-dire $2\frac{1}{2}$ fois aussi forte. En tout cas, ce serait là la chaleur spécifique apparente, telle qu'elle a été définie plus haut.

» Mais une réserve devient nécessaire. De semblables calculs auraient pu être admis complètement jusqu'à ces dernières années, c'est-à-dire jusqu'à l'époque où M. V. Meyer a montré que la densité du chlore varie, ce gaz

n'obéissant pas aux mêmes lois de dilatation que les autres éléments gazeux ; sa chaleur spécifique connue l'emporte également sur celles des autres, circonstance corrélative. Dès lors le cas typique d'un gaz composé formé sans condensation, à la température même développée par la combinaison, demeure purement fictif, comme il arrive fréquemment dans la science.

» Les calculs mêmes qui font l'objet de la présente Note, pas plus que ceux qui concernent les volumes moléculaires, ou les poids atomiques des gaz, ne pourraient être établis pour des gaz qui ne suivraient pas tous les mêmes lois de dilatation et de compressibilité; réserve trop souvent oubliée.

» En fait, dans tous les cas connus relatifs aux éléments, au moment de la combustion, il y a changement de volume par le fait de la combinaison : bien entendu en rapportant les corps, composants et composés, à la même température.

» A ce point de vue, on doit distinguer deux genres de systèmes : les systèmes réversibles et les systèmes non réversibles.

» Les systèmes réversibles sont tels que les composés formés soient susceptibles de régénérer par dissociation les composants originaux : tels sont l'acide carbonique, en tant que formé d'oxyde de carbone et d'oxygène, et la vapeur d'eau, en tant que formée d'hydrogène et d'oxygène. Le système initial peut contenir soit un seul gaz combustible, soit les deux, et ils peuvent être associés avec des gaz inertes, c'est-à-dire ne participant pas à la combustion, tels que l'azote, ou bien encore un excès de l'un de ses composants, oxygène ou hydrogène : ce qui abaisse de plus en plus la température de combustion.

» En mesurant la pression développée par la combustion de chacun de ces systèmes, on obtient une suite de valeurs des températures t_1 et t_2; et l'on en tire une suite correspondante de valeurs pour les chaleurs spécifiques apparentes et pour la dissociation. C'est ce que je montrerai prochainement, en discutant, tant les anciennes observations de M. Bunsen, que celles de MM. Mallard et Le Châtelier, et les déterminations spéciales que j'ai faites en commun avec M. Vieille.

» J'insisterai principalement sur une autre série de données, obtenues par l'étude d'un groupe tout différent de mélanges combustibles : ce sont les *mélanges isomères*, c'est-à-dire formés des mêmes corps élémentaires, associés suivant un état différent de combinaison dans les mélanges initials, mais fournissant après combustion un mélange identique. Nous avons déjà utilisé ces systèmes dans l'étude de l'onde explosive. Ils se distinguent des précédents, parce que plusieurs d'entre eux ne sont pas réversibles par dissociation. Tels sont, par exemple, les systèmes formés par les car-

bures fondamentaux et l'oxygène, comparés aux systèmes formés par des mélanges d'hydrogène, d'oxyde de carbone et d'oxygène :

$$C^2H^4 + O^8 \quad \text{et} \quad C^2O^2 + 2H^2 + O^6;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C^4H^6 + O^{14}, \quad C^4H^4 + H^2 + O^{14}, \quad C^4H^2 + 2H^2 + O^{14}, \\ C^4H^6O^2 + O^{12} \quad \text{et} \quad 2C^2O^2 + 3H^2 + O^{10}; \end{array} \right.$$

$$C^4H^4 + O^{12}, \quad C^4H^4O^2 + O^{10} \quad \text{et} \quad 2C^2O^2 + 2H^2 + O^6;$$

$$C^6H^6 + O^{18}; \quad C^8H^8 + O^{24}; \quad C^8H^{10}O^2\,(\text{éther}) + O^{22};$$

$$C^4H^2 + O^{10} \quad \text{et} \quad 2C^2O^2 + H^2 + O^6; \quad \ldots;$$

tous systèmes entièrement combustibles, mais avec des dégagements de chaleur très différents et des condensations inégales.

» Ici, dans l'évaluation des températures limites, il convient de tenir compte de la dissociation des produits, eau et acide carbonique, en hydrogène, oxygène et oxyde de carbone.

» Soit g_1 la condensation répondant à ces dernières combinaisons (quantité égale à $\frac{2}{3}$ pour les simples mélanges d'oxyde de carbone, d'hydrogène et d'oxygène, dans les proportions d'une combustion exacte); les deux températures limites sont

$$t_1 = 273\left[\frac{P\left(1+\frac{\tau}{273}\right)}{H}\frac{1}{g} - 1\right], \quad t_2 = 273\left[\frac{\left(1+\frac{\tau}{273}\right)}{H}\frac{g_1}{g} - 1\right].$$

» Pour mieux définir cet ordre d'expériences, je dirai que les deux mélanges isomères : $C^4H^6O^2$ (éther méthylique) $+ O^{12}$, et $2C^2O^2 + 3H^2 + O^{10}$, dégagent à peu près la même quantité de chaleur, le second occupant un volume presque double du premier. C'est donc comme si l'on avait opéré avec un même système, sous deux pressions initiales très différentes. Cette condition est fort difficile à réaliser directement; mais nous nous proposons de l'obtenir aussi par d'autres artifices.

» Dès à présent, nous avons ainsi étudié, avec M. Vieille, un certain nombre de mélanges isomères, entièrement combustibles.

» Nous avons également étudié les mélanges isomères formés par les gaz azotés, combustibles ou comburants, lesquels fournissent un produit non brûlé, l'azote. Tels sont :

$$C^4Az^2 + O^8; \quad 2C^2O^2 + Az^2 + O^4;$$

$$C^4Az^2 + 4Az^2 + O^8; \quad C^4Az^2 + 4Az^2O^2; \quad C^4Az^2 + 2Az^2 + 4AzO^2;$$

$$H^2 + Az^2O^2; \quad H^2 + Az^2 + O^2;$$

$$C^2O^2 + Az^2O^2; \quad C^2O^2 + Az^2 + O^2; \quad \ldots.$$

» On conçoit quelle variété d'expériences on peut instituer, en partant de ces méthodes, et comment elles conduisent à approfondir à la fois la question de la dissociation et celle de la variation des chaleurs spécifiques. Nous en avons exécuté un grand nombre; nous en présenterons prochainement le détail et la discussion. Mais il a paru utile de les faire précéder d'un exposé des principes qui nous ont dirigés. »

GÉOGRAPHIE. — *Note sur le projet de création, en Algérie et en Tunisie, d'une mer dite intérieure;* par M. E. Cosson. (Extrait par l'auteur.)

« Les nouvelles recherches de M. Roudaire et le récent et rapide voyage de M. de Lesseps dans la région des Chott me paraissent n'avoir fourni aucune donnée nouvelle à l'appui du projet de creusement du canal par lequel on se propose de mettre en communication la Méditerranée avec le Chott Melghir; aussi ne reprendrai-je pas une discussion qui me semble épuisée. Je me bornerai, en m'appuyant sur les conclusions de la Commission supérieure chargée, au mois de juin dernier, d'examiner le projet et sur les considérations qu'à plusieurs reprises j'ai eu l'honneur d'exposer devant l'Académie et que j'ai développées dans un Mémoire spécial [*Sur le projet de création, en Algérie et en Tunisie, d'une mer intérieure* (1882)], à reproduire, sous une forme concise, les arguments qui me paraissent démontrer que les conséquences avantageuses attribuées à la réalisation du projet ne sont pas réelles ou au moins plus qu'hypothétiques.

» ..... Je constaterai, une fois de plus, que M. Roudaire a été forcé de renoncer à l'hypothèse qui a été le point de départ du projet et de reconnaître que les Chott El-Djerid, El-Gharsa et Melghir n'ont pas été en communication avec la Méditerranée à l'époque géologique actuelle.

» ..... Les modifications successives que M. Roudaire a dû faire subir à son projet montrent suffisamment combien même les résultats de ses travaux sont venus contrarier ses prévisions. — A la suite des premières études faites par M. Roudaire dans le Chott Melghir, il suffisait de percer un canal à travers le relief de Gabès. — Plus tard, après des études plus étendues et plus complètes, l'œuvre devenait moins simple : il fallait percer le seuil de Gabès, creuser un canal dans le lit du Chott El-Djerid pour amener les eaux au seuil de Kriz; puis percer le seuil de Kriz pour remplir le Chott El-Gharsa, enfin pratiquer dans le seuil d'Asloudj un autre canal pour le remplissage du Chott Melghir. — La troisième mission

amène de nouvelles complications : il faut déverser les eaux de la Méditerranée, par-dessus le relief de Gabès, au moyen de deux machines à vapeur de chacune 550 chevaux; percer le seuil de Gabès; obtenir, par des dragages, soit le creusement d'un canal dans toute la longueur du Chott El-Djerid, soit le creusement de toute l'étendue du bassin de ce Chott; puis percer le relief de Kriz de manière à déverser dans le Chott El-Gharsa les eaux, les sables, les vases fournis par le grand Chott El-Djerid; pratiquer enfin le percement du seuil d'Asloudj, qui permettra de déverser dans le lit du Chott Melghir le mélange d'eaux douces, d'eaux salées, de sables, de vases, de détritus résultant d'un travail dont la durée est évaluée par M. Roudaire lui-même à plus de huit ans. — L'exécution de ce troisième projet étant presque impossible, en raison de la constitution du Chott El-Djerid et de la faible étendue relative du Chott El-Gharsa « dont la superficie submersible est très incertaine », M. Roudaire a été amené à présenter à la Commission un quatrième projet. « D'après ce » dernier tracé, le canal longerait les bords septentrionaux du Chott El-» Djerid, et franchissant, au seuil de Kriz, le relief qui s'élève en avant du » Chott El-Gharsa, il irait ainsi directement du golfe de Gabès au Chott » El-Gharsa; puis les Chott El-Gharsa et Melghir seraient mis en commu-» nication par le percement du seuil d'Asloudj. »

» Au début quelques millions devaient suffire, tandis qu'au sein de la Commission les évaluations les plus modérées portent la dépense à plus d'un milliard.

» Il est vrai que notre éminent Confrère M. de Lesseps affirme que partout les terrains sont d'une extraction facile; mais, même en admettant que dans le cours des travaux il ne surgisse pas d'obstacles pour la mise à exécution d'un projet qui a déjà subi des vicissitudes si nombreuses, rien que pour creuser un canal de 25^{m} à 30^{m} devant être agrandi au moyen du courant lui-même [1], le prix de la tranchée est évalué, dans le Rapport publié par M. de Lesseps dans le dernier numéro des *Comptes rendus* (p. 1116), à une somme de 150 millions. Même en acceptant ces données optimistes, nous sommes bien loin des premières évaluations, et quand on aura creusé cette longue tranchée de 224^{km}, dont on espère l'élargissement naturel, il faudra créer un port dans le golfe de Gabès, protéger ce port par des jetées et mo-

---

[1] « Le système de l'entraînement des déblais par les eaux, d'après la première Sous-Commission, ne saurait être considéré comme consacré par l'expérience. »

difier par des dragages, dont l'importance est impossible à prévoir, le fond même du golfe de Gabès actuellement à peine accessible à la grande navigation. Et quand les eaux de la Méditerranée auront pénétré dans le Chott Melghir, il faudra, sur de nombreux points, niveler le lit de ce Chott où, au voisinage du seuil d'Asloudj, s'élèvent des reliefs de près de 20^m, il faudra en régulariser les contours, qui dans une grande partie de son pourtour s'épanouissent en lagunes sans profondeur, et, pour éviter l'échouage des navires sur des plages à pente généralement insensible, creuser le sol partout où à des profondeurs de plusieurs mètres succèdent, et à faible distance, des cotes à zéro.

» ... La communication qui serait établie entre le golfe de Gabès et le Chott Melghir ne me paraît pas pouvoir amener les conséquences avantageuses qu'on se plaît à lui attribuer, mais devoir au contraire constituer un véritable danger. En effet, l'établissement du canal ne pourrait être que préjudiciable, puisqu'il entraînerait le drainage des eaux superficielles en même temps qu'il pourrait compromettre le régime des nappes artésiennes qui alimentent les oasis du Blad-el-Djerid et de l'Oued-Rir. Or tout le monde sait que dans la région Saharienne l'eau est la véritable cause de la fertilité, quelle que soit la nature du terrain, et en réalité dans la région des Chott les eaux ne manquent pas, si l'on sait, comme les Romains, en tirer bon parti, les amener là où elles manquent et les dériver là où elles sont trop abondantes.

« ... L'œuvre serait durable, dit-on (*Comptes rendus*, séance du 16 avril » 1883, p. 1113), puisque, même en admettant les hypothèses les plus » défavorables au sujet de l'évaporation et de la saturation, la mer intérieure » serait assurée d'une existence de mille à quinze cents ans.... A aucun » point de vue la mer intérieure ne pourrait être nuisible, mais, au con- » traire, elle favoriserait le développement de la colonisation en amélio- » rant le climat, en assainissant des régions insalubres et en y apportant » la fécondité. »

» ... M. Roudaire admet que dans le canal destiné à l'alimentation de la mer projetée il s'établira deux courants superposés, l'un d'aller, l'autre de retour. Or la première Sous-Commission « a constaté que rien ne permet » d'affirmer la possibilité de l'existence de deux courants inverses et si- » multanés dans un canal d'une telle longueur et d'une profondeur relati- » vement aussi faible (Rapport de la Commission supérieure, p. 537) ». Il n'est pas non plus démontré qu'avec les dimensions actuellement réduites

du canal le remplissage des Chott El-Gharsa et Melghir soit possible, et que, s'il peut être effectué, il soit permanent; il est bien plus probable, au contraire, que la prétendue mer ne deviendrait qu'une véritable saline.

» ... Je crois avoir démontré que les effluves maritimes soulevés par les vents exerceraient sur les Dattiers des oasis situées au voisinage de la mer la plus fâcheuse influence.

» ... Le climat local lui-même ne subirait pas de modification sensible, et ce qui le prouve c'est l'aridité extrême des bords de la mer Caspienne, de la mer Rouge et du golfe Persique, qui sont de véritables mers intérieures.

» ... La mer intérieure submergerait des milliers de Dattiers et une grande partie des terrains si fertiles de la Farfaria, mais elle ne contribuerait en rien à l'assainissement du pays (*voir* Coss., *loc. cit.*, p. 21), puisque l'insalubrité de ces régions ne résulte pas du voisinage des Chott, généralement à sec en été et dont le sol est recouvert en cette saison d'une couche saline qui s'oppose à la décomposition des matières organiques, mais bien des flaques d'eau, des puits artésiens effondrés, des canaux des jardins des oasis mal entretenus et sans écoulement, de détritus de toutes sortes et de fossés fétides au voisinage des villages. L'insalubrité et la stérilité d'une partie de la région des Chott cesseront dès que, par un aménagement rationnel des eaux, par le rétablissement des canaux et des aqueducs antiques, la contrée se trouvera dans les mêmes conditions que du temps de l'occupation romaine ([1]).

» L'utilité de la mer intérieure est donc plus que contestable aux divers points de vue que je viens d'indiquer. Ses avantages ne sont pas mieux démontrés au point de vue de « l'accroissement de notre puissance mili- » taire et maritime et de l'importance de la nouvelle voie ouverte au com- » merce, à l'industrie et à la sécurité de l'Algérie », et je ne puis que renvoyer au chapitre (*voir* Coss., *loc. cit.*, p. 29) où j'ai traité ce côté de la question avec le développement qu'il comporte. Je répéterai seulement que les caravanes qui partent de Ghadamès, centre commercial du Nord-Est du Sahara, ne se dirigeront pas par la mer intérieure sur Gabès, mais continue-

---

([1]) « La stérilité et la dépopulation actuelles de parties de la Tunisie et de la province de Constantine, si prospères et si peuplées du temps des Romains, et même encore après la conquête arabe, ne datent que de l'occupation ottomane et des guerres intestines, qui au xve et au xvie siècle devinrent de plus en plus fréquentes. » [*Voir* G. Vilain, in *Bulletin de l'Association scientifique de France*, 2e série, t. IV (1882), p. 305 à 323.]

ront à suivre la route de Tripoli, cette route offrant un trajet facile, de moitié moins long et évitant dix journées de marche dans les sables et sans eau. Je rappellerai aussi que le chemin de fer de Biskra, surtout quand il sera prolongé jusqu'à Tougourt, desservira plus efficacement le commerce, du reste très réduit, de la région des Chott que ne pourrait le faire la mer intérieure, Gabès n'étant pas un centre commercial.

» ..... Je persiste dans les conclusions de mes précédentes communications à l'Académie, confirmées par l'opinion des anciens collaborateurs de M. Roudaire, MM. Baudot et Parisot (*voir* Coss., *loc. cit.*, p. 35-43) et par les discussions qui se sont produites au sein des trois Sous-Commissions entre lesquelles ont été répartis les membres de la Commission supérieure chargée de l'examen du projet de mer intérieure dans le sud de l'Algérie et de la Tunisie, et, en terminant, j'exprime le vif désir que le Gouvernement ne donne, sous aucune forme, son concours à un projet condamné par tous ceux qui connaissent le mieux le pays et la question.

» Pour l'établissement de la mer intérieure, on ne demande, il est vrai, à l'État, aucune subvention pécuniaire, « mais simplement la concession » d'une zone d'environ deux millions d'hectares de terres aujourd'hui » incultes, autour de la future mer, ainsi que la concession de forêts dans » l'Aurès ». — Les terrains et les forêts concédés qui seraient la principale, sinon la seule source réelle de revenus pour la Société qui se constituerait en vue de l'exécution des travaux, ne constituent-ils pas une véritable subvention demandée à l'État en vue de la réalisation d'un projet contre lequel la Commission supérieure, appelée à statuer en dernier ressort, au point de vue de l'intervention du Gouvernement, a, après une discussion approfondie, conclu de la manière la plus formelle [1]? — Ne serait-il pas profondément regrettable, au point de vue de la colonisation, que l'État se dessaisît de la libre disposition d'une immense étendue de territoire, égale à celle de quatre de nos départements, dont la salubrité et la fertilité seraient assurées, comme pendant l'occupation romaine, par des travaux d'une exécution facile ? Ces travaux n'entraîneraient qu'une bien faible dépense en regard des centaines de millions qui devraient être consacrés à la mise à exécution d'un projet qui ne repose que

---

[1] « La Commission.... considérant que les dépenses de la mer intérieure seraient hors de proportion avec les résultats qu'on peut en espérer, est d'avis qu'il n'y a pas lieu pour le Gouvernement français d'encourager l'entreprise. »

sur des données plus qu'incertaines, dont la réalisation n'offre que des avantages problématiques et ne peut que nuire au développement de la colonisation. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de deux candidats, qui devra être présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique, pour la place laissée vacante au Bureau des Longitudes par le décès de M. *Liouville*.

Au premier tour de scrutin, destiné à la désignation du premier candidat,

M. Ossian Bonnet obtient	. . . . .	31 suffrages
M. Resal »	. . . . .	6

Au second tour de scrutin, destiné à la désignation du second candidat,

M. Resal obtient . . . . 39 suffrages

En conséquence, la liste présentée par l'Académie à M. le Ministre de l'Instruction publique comprendra :

En première ligne	M. **Ossian Bonnet**
En seconde ligne	M. **Resal**

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de Commissions de prix chargées de juger le Concours de l'année 1883.

Le dépouillement donne les résultats suivants :

Prix Francœur : MM. Hermite, C. Jordan, Bertrand, Bouquet et Ossian Bonnet réunissent la majorité absolue des suffrages. Les membres qui après eux ont obtenu le plus de voix sont MM. Puiseux et Tisserand.

Prix extraordinaire de six mille francs, destiné à récompenser tout progrès de nature à accroître l'efficacité de nos forces navales : MM. Dupuy de Lôme, Pâris, Rolland, Jurien de la Gravière et Mouchez réunissent la majorité absolue des suffrages. Les membres qui après eux ont obtenu le plus de voix sont MM. Perrier et Resal.

Prix Poncelet : MM. Hermite, Bertrand, Bouquet, Resal et Jordan réu-

nissent la majorité absolue des suffrages. Les membres qui après eux ont obtenu le plus de voix sont MM. Puiseux et Rolland.

Prix Montyon (*Mécanique*) : MM. Tresca, Rolland, Resal, Phillips et Bresse réunissent la majorité absolue des suffrages. Les membres qui après eux ont obtenu le plus de voix sont MM. Bertrand et de Saint-Venant.

Prix Plumey : MM. Jurien de la Gravière, Dupuy de Lôme, Tresca, Phillips et Pâris réunissent la majorité absolue des suffrages. Les membres qui après eux ont obtenu le plus de voix sont MM. Resal et Rolland.

Prix Fourneyron (*Etude théorique et expérimentale sur les différents modes de transmission du travail à distance*) : MM. Tresca, Cornu, Rolland, de Freycinet et Jamin réunissent la majorité absolue des suffrages. Les membres qui après eux ont obtenu le plus de voix sont MM. Bertrand et Desains.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. V. **Frick** adresse à l'Académie, pour le Concours des Arts insalubres, un « Mémoire explicatif et descriptif de l'appareil de ventilation de Frick pour l'assainissement des mines, des villes et des habitations ».

(Renvoi à la Commission du Concours.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Le 3e cahier des *Acta mathematica*, Journal rédigé par M. *G. Mittag-Leffler*.

2° Un Volume intitulé « Renseignements météorologiques sur le littoral de la France », par M. *E. Allard*. (Présenté par M. H. Mangon.)

3° Deux brochures de M. *Ch. Brongniart*, portant pour titres : « Sur un nouvel insecte fossile des terrains carbonifères de Commentry et sur la faune entomologique du terrain houiller » ; « Note complémentaire sur le *Titanophasma Fayoli* et sur les *Protophasma Dumasii et Woodwardii.* » (Présentées par M. Alph.-Milne Edwards.)

M. SAPPEY prie l'Académie de vouloir bien le comprendre parmi les candidats à la place vacante dans la Section de Médecine et de Chirurgie par suite du décès de M. *Sédillot*.

(Renvoi à la Section de Médecine et de Chirurgie.)

M. RICHET adresse à l'Académie la même demande.

(Renvoi à la Section de Médecine et de Chirurgie.)

ASTRONOMIE. — *Sur une manière de déterminer l'angle de position d'un point de la surface d'un astre à l'aide d'une lunette horizontale.* Note de M. CH. TRÉPIED, présentée par M. Tisserand.

« Concevons trois axes de coordonnées rectangulaires ayant pour origine le centre de l'image réfléchie projetée dans une direction quelconque D, et supposée sans renversement. L'axe des x est dirigé suivant la méridienne du côté du sud, l'axe des y vers l'ouest, celui des z vers le zénith.

» Les angles suivants détermineront les positions par rapport à ces axes des diverses droites considérées :

α, β, γ pour un rayon quelconque R du disque;
α', β', γ' pour ce même rayon dans l'image réfléchie;
l, m, n pour la direction du rayon visuel S mené au centre de l'astre;
l_0, m_0, n_0 pour la droite D suivant laquelle on projette l'image.

» En exprimant que l'image du rayon R prend une position symétrique, par rapport au miroir, de celle qu'il occupe sur le disque de l'astre, et que la normale au miroir est bissectrice de l'angle du rayon visuel S et de la direction D, on obtient

$$(1)\qquad \frac{\cos(R, D)}{2\cos^2\frac{1}{2}(S, D)} = \frac{\cos\alpha' - \cos\alpha}{\cos l + \cos l_0} = \frac{\cos\beta' - \cos\beta}{\cos m + \cos m_0} = \frac{\cos\gamma' - \cos\gamma}{\cos n + \cos n_0}.$$

» Ce rayon R est déterminé par le plan du disque de l'astre et par un plan variable suivant le rayon considéré, mais facile à définir dans chaque cas particulier; alors, si l', m', n' désignent les angles de la normale à ce dernier plan avec les axes, et si V est l'angle de cette normale avec la direction S, les cosinus des angles α, β, γ seront déterminés par les relations

$$(2)\qquad \begin{cases} \pm\sin V = \dfrac{\cos m\cos n' - \cos n\cos m'}{\cos\alpha} \\[2ex] \qquad = \dfrac{\cos l\cos n' - \cos n\cos l'}{\cos\beta} = \dfrac{\cos m\cos l' - \cos l\cos m'}{\cos\gamma}. \end{cases}$$

» Les formules (1) et (2), auxquelles il faut joindre les relations connues

$$\cos l = \cos\delta \sin\varphi \cos H - \sin\delta \cos\varphi,$$
$$\cos m = \cos\delta \sin H,$$
$$\cos n = \cos\delta \cos\varphi \cos H + \sin\delta \sin\varphi,$$

où δ est la déclinaison de l'astre, H son angle horaire, φ la latitude du lieu, permettent d'obtenir sans difficulté les coordonnées

$$x = R'\cos\alpha', \quad y = R'\cos\beta', \quad z = R'\cos\gamma'$$

de l'extrémité du rayon considéré du disque sur l'image réfléchie.

» Supposons, par exemple, qu'il s'agisse de déterminer l'angle de position d'une tache par des mesures prises sur une photographie solaire obtenue à l'aide d'une lunette horizontale. Un fil, rendu vertical, et dont l'image est reproduite sur la plaque, permet d'obtenir aisément la position de la tache sur l'image photographique; mais, pour avoir sa position à la surface du disque solaire, il faut connaître, sur l'image, le point du contour du disque qui, à l'instant de l'observation, est dans le plan du grand cercle passant par le centre du Soleil et par le zénith ou par le pôle. J'appellerai le premier de ces points *point zénith*, le second *point pôle*.

» Si l'image est projetée dans une direction quelconque D, les résultats sont assez compliqués, mais ils se simplifient beaucoup si cette direction est horizontale et méridienne. On trouve, dans ce cas, pour le *point zénith*

$$\cos\alpha' = 0, \quad \cos\beta' = \frac{b}{k}, \quad \cos\gamma' = \frac{c}{k},$$

en posant

$$k = 2\sin n \cos^2 \tfrac{1}{2} l, \quad b = -\cos m \cos n, \quad c = \cos l + \sin^2 n.$$

On vérifie aisément, sur ces résultats, que la direction β' et γ' sont, comme cela doit être, rectangulaires.

» Ayant l'angle γ', que je regarderai comme compté de 0° à 360° du zénith vers l'ouest, si γ'' est l'*angle zénith* de la tache sur la photographie (angle résultant des mesures prises sur la plaque photographique), l'angle zénith Q sur le disque sera

$$Q = \gamma' - \gamma'',$$

et, si E désigne l'angle parallactique, on aura, pour l'angle pôle P,

$$P = Q - E.$$

Avec l'angle P et la distance de la tache au centre du disque, on déterminera sans difficulté le lieu héliographique de la tache par les formules connues. Il est clair qu'au moyen d'une Table donnant l'angle γ' et l'angle E la réduction des mesures effectuées sur les photographies ne sera pas plus longue que si la plaque était orientée par rapport à l'équateur.

» Le procédé s'applique évidemment au calcul des positions des protubérances observées à l'aide d'une lunette horizontale.

» Comme vérification, on peut calculer directement, par les formules générales, la position du *point-pôle* sur l'image réfléchie, et l'on trouve, comme cela doit être, pour la position de ce point, un angle dont la différence avec γ' est égale à l'angle parallactique.

» Je dois dire, en terminant, que M. Thollon vient de me communiquer la formule dont il fait usage pour réduire les observations de protubérances qu'il a faites aux Observatoires de Paris et de Nice; cette formule s'accorde complètement avec les résultats des formules générales présentées dans cette Note. »

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur l'emploi de la lunette horizontale pour les observations de spectroscopie solaire.* Note de M. **Thollon**, présentée par M. Tisserand.

« L'appareil à projection dont je me sers pour mes études spectroscopiques sur le Soleil se compose d'un objectif de 9 pouces d'ouverture et d'un miroir plan en verre argenté de $0^m,30$ de diamètre. La monture de ce dernier est altazimutale et conforme au modèle adopté par la Commission de Vénus, modèle qui se recommande par une stabilité parfaite et une grande précision de mouvements. L'objectif est fixé dans un cadre en fer très lourd; son axe optique est horizontal; d'un côté il rencontre le centre du miroir et de l'autre le milieu de la fente et des objectifs du spectroscope, installé dans un pavillon pouvant former chambre noire. Cet axe, sur le prolongement duquel l'image solaire réfléchie dans le miroir doit être constamment maintenue, détermine une orientation parfaitement définie. Deux cordons sans fin s'enroulant, d'une part, sur les têtes de vis qui commandent les deux mouvements du miroir, de l'autre sur deux poulies placées à droite et à gauche du spectroscope, bien à portée de l'observateur, permettent à celui-ci de maintenir ou de faire promener sur la fente l'image du Soleil, projetée par l'objectif.

» Comme on le voit, cet appareil n'est autre chose que la lunette hori-

zontale dépourvue de tube et réduite à sa plus simple expression. Tel qu'il vient d'être décrit, il permet de faire sur le Soleil les études et les observations qui se font d'habitude avec un équatorial. Mais, tandis qu'avec l'équatorial il faut suivre le mouvement de l'instrument dans des positions souvent très pénibles, avec la lunette horizontale l'observateur, commodément assis, regarde droit devant lui dans une direction invariable, sans souci du marche-pied, de la coupole, du mouvement d'horlogerie. Tout en observant, ses deux mains conduisent le miroir, et, après quelques jours d'exercice, il n'éprouve aucune difficulté à explorer les contours ou la surface du Soleil, à maintenir sur la fente une tache, une facule, une protubérance; il peut, sans fatigue et sans distractions forcées, suivre pendant des heures entières un phénomène intéressant. On sait, d'autre part, d'après les résultats surprenants qu'a donnés l'équatorial coudé de M. Lœwy, que l'action d'un bon miroir, comme on les construit aujourd'hui, n'altère pas d'une manière sensible l'image donnée par un objectif. Aussi, après une expérience déjà longue, je n'hésite pas à recommander à ceux qui voudraient se livrer à des études de spectroscopie solaire la lunette horizontale comme satisfaisant à toutes les conditions exigées par ce genre d'observations.

» L'inconvénient le plus grave que j'aie éprouvé dès le début avec ce dispositif tenait à la difficulté de faire des déterminations de position. Je me trouvais en présence d'un problème qu'il fallait résoudre à tout prix, et ce n'est pas sans peine que j'y suis parvenu.

» Soit D le diamètre solaire qui, à un moment donné, est tangent au mouvement diurne; imaginons qu'il soit figuré par une droite visible tracée sur le disque même du Soleil; l'image de cette droite, vue dans le miroir, fera avec la ligne d'horizon un angle ε dont la valeur est donnée par la formule suivante :

$$(1) \quad \tan\varepsilon = \frac{\sin h(\cos\lambda - \cos\alpha\sin\delta) + \cos h\sin\alpha\sin\delta\sin\lambda + \sin\alpha\cos\delta\cos\lambda}{\cos h(\cos\alpha - \sin\delta\cos\lambda) + \sin h\sin\alpha\sin\lambda + \cos\delta\sin\lambda},$$

dans laquelle α représente l'azimut (compté du nord à l'est) du point de l'horizon où l'image du Soleil doit être maintenue par le miroir, h est l'angle horaire compté positivement de midi au soir, λ la latitude du lieu, δ la déclinaison (positive quand elle est boréale).

» Cette formule, qui est tout à fait générale, se simplifie considérablement pour le cas habituel où l'orientation est prise suivant le méridien du

lieu. Comme α est alors égal à zéro ou à 180°, l'expression (1) devient, pour $\alpha = 0$,

$$(2) \qquad \tang \varepsilon = \frac{\sin h(\cos\lambda - \sin\delta)}{\cos h(1 - \sin\delta\cos\lambda) + \cos\delta\sin\lambda};$$

pour $\alpha = 180°$,

$$(3) \qquad \tang \varepsilon = \frac{\sin h(\cos\lambda + \sin\delta)}{-\cos h(1 + \sin\delta\cos\lambda) + \cos\delta\sin\lambda}.$$

La direction du diamètre D étant donnée par l'une des formules ci-dessus, si l'on rapporte les positions à ce diamètre, on peut passer de là aux déterminations héliocentriques.

» S'agit-il de déterminer, au moyen du spectroscope, la position d'un point remarquable de la surface solaire, d'une tache par exemple? J'amène ce point sur le milieu de la fente, je laisse courir librement l'image, et je compte le temps t qui s'écoule entre le départ de la tache et l'arrivée au milieu de la fente du bord du disque. Je recommence l'opération; mais, au lieu de laisser courir librement l'image, je l'oblige, en faisant tourner le miroir seulement autour de son axe horizontal, à quitter le milieu de la fente par le point de tangence; soit T la durée de ce deuxième passage, si l'on fait $T - t = \theta$, les coordonnées rectangulaires de la tache par rapport au diamètre D, considéré comme ligne des abscisses, s'expriment aisément à l'aide de ε, t et θ.

» Le 5 mars dernier, j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie un collimateur à fente tournante. J'ignorais alors que, trois jours auparavant, M. Bertin avait donné à la Société de Physique, au nom de M. Garbe, la description d'un appareil presque identique et basé sur le même principe. Je m'empresse de reconnaître à M. Garbe le droit de priorité qui lui appartient incontestablement. »

GÉOMÉTRIE. — *Détermination d'une classe particulière de surfaces à lignes de courbure planes dans un système et isothermes.* Note de M. G. DARBOUX.

« Dans un travail déjà ancien, inséré en 1868 aux *Nachrichten* de Goettingue, M. Enneper a déterminé les surfaces dont la courbure totale est constante et pour lesquelles les lignes de courbure de l'un des systèmes sont planes ou sphériques. Le résultat obtenu par cet habile géomètre est particulièrement intéressant : les surfaces déterminées par les conditions que nous venons d'indiquer ont leurs lignes de courbure planes dans un

système et sphériques dans l'autre. De plus, les plans des lignes de courbure du premier système passent par une même droite, et par conséquent les sphères qui contiennent les lignes de courbure du second système ont leurs centres sur cette droite. Les surfaces de M. Enneper ont, du reste, été étudiées d'une manière détaillée par différents géomètres; les équations qui les déterminent contiennent des fonctions elliptiques dont le module est absolument quelconque.

» D'après une remarque faite par M. O. Bonnet, on peut déduire, de chaque surface dont la courbure *totale* est constante, deux surfaces dont la courbure *moyenne* est coustante et qui sont parallèles à la première. On voit donc qu'aux surfaces à courbure totale constante de M. Enneper correspondent des surfaces à courbure moyenne constante qui auront, elles aussi, leurs lignes de courbure planes dans un système et sphériques dans l'autre. Ces dernières surfaces ont été l'objet d'un travail tout récent de M. Max Voretzch.

» Or, d'après un résultat que l'on doit encore à M. Bonnet, les surfaces dont la courbure moyenne est constante peuvent être divisées en carrés infiniment petits par leurs lignes de courbure, ou, ce qui est la même chose, les lignes de courbure de chaque système constituent une famille de courbes isothermes.

» Il résulte donc de la recherche faite par M. Enneper qu'il existe des surfaces satisfaisant à cette double condition, que leurs lignes de courbure soient planes dans un système, et, en outre, que la surface puisse être divisée en carrés infiniment petits par ses lignes de courbure. J'ai été ainsi conduit à chercher toutes les surfaces jouissant de cette double propriété. La solution de ce problème fait l'objet du présent travail.

» Le résultat que j'ai obtenu me paraît remarquable : bien que les surfaces cherchées doivent satisfaire à la fois à deux équations aux dérivées partielles, on trouve qu'elles contiennent dans leur équation deux constantes et une fonction arbitraire. On a donc, d'une part, une famille de surfaces à lignes de courbure planes dans un système, jouissant d'une propriété géométrique à laquelle les géomètres attachent quelque intérêt; et, à un autre point de vue, on ajoute aux surfaces dont les lignes de courbure sont isothermes toute une famille de surfaces qui par cette propriété viennent se placer à côté des surfaces de révolution et des surfaces minima.

» Malgré le degré de généralité de la solution, on peut obtenir une construction géométrique simple de toutes les surfaces qui correspondent à des

formes différentes de la fonction arbitraire. D'ailleurs les calculs qui conduisent aux expressions des coordonnées d'un point de la surface en fonctions de deux arbitraires offrent une intéressante application de la belle théorie des fonctions doublement périodiques de seconde espèce, qui est due à M. Hermite. J'ai pensé qu'il y aurait quelque utilité à faire connaître, au moins dans ses points essentiels, la méthode que j'ai suivie.

» La première recherche se rapporte à l'élément linéaire. Si l'on suppose la surface rapportée à ses lignes de courbure, on aura

$$ds^2 = e^{2h}(du^2 + dv^2),$$

et la fonction h devra satisfaire aux deux équations

$$\frac{\partial^2}{\partial u \partial v}\left(\mathrm{L}\frac{\partial h}{\partial v}\right) = \frac{\partial h}{\partial u}\frac{\partial h}{\partial v}, \tag{1}$$

$$(1 + \mathrm{V}^2)\frac{\partial^2 h}{\partial v^2} + \mathrm{V}\mathrm{V}'\frac{\partial h}{\partial v} + \frac{\partial^2 h}{\partial u^2} = 0, \tag{2}$$

où V désigne une fonction arbitraire de v. Les lignes de courbure planes sont représentées par l'équation $v = \text{const.}$

» La première des équations aux dérivées partielles précédentes est du troisième ordre. Il est aisé de l'intégrer complètement et elle est équivalente à la suivante :

$$\frac{\partial h}{\partial u} = \mathrm{U}e^h + \mathrm{U}_1 e^{-h}, \tag{3}$$

où U, U_1 désignent des fonctions arbtiraires de u.

» Quant à l'équation (2), si l'on substitue à v la variable v_1 définie par l'équation

$$dv_1 = \frac{dv}{\sqrt{1 + \mathrm{V}^2}},$$

elle prend la forme très simple

$$\frac{\partial^2 h}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial v_1^2} = 0. \tag{4}$$

» Nous pouvons substituer aux deux premières équations le système des équations (3) et (4), où la fonction V a complètement disparu. On voit donc tout de suite que, s'il est possible d'obtenir une seule solution, cette solution contiendra nécessairement une fonction arbitraire. J'omets la démonstration géométrique de ce résultat si curieux.

» En remplaçant dans l'équation (4) $\frac{\partial^2 h}{\partial u^2}$ par sa valeur tirée de l'équation (3) et effectuant une intégration, on aura

$$(5)\qquad \left(\frac{\partial h}{\partial v_1}\right)^2 + U^2 e^{2h} + 2U' e^h + U_2 - 2U'_1 e^{-h} + U_1^2 e^{-2h} = 0,$$

où U_2 désigne une nouvelle fonction de u.

» Les deux équations (3) et (5) nous donnent maintenant, par différentiation, deux valeurs différentes de $\frac{\partial^2 h}{\partial u\,\partial v_1}$. En écrivant que ces valeurs sont égales, on aura une équation entre h et u qui devra avoir lieu identiquement toutes les fois que la surface ne sera pas de révolution. Cela nous conduit au système

$$(6)\qquad \begin{cases} \frac{U''}{U} = \frac{U''_1}{U_1} = U_2 - 2UU_1, \\ 6UU'_1 + 6U'U_1 + U'_2 = 0, \end{cases}$$

qui déterminera les trois fonctions U, U_1, U_2.

» Si l'on prend comme inconnue le produit UU_1, on trouve, k et ω étant arbitraires,

$$UU_1 = \frac{k^2}{4}(\operatorname{sn}^2\omega - \operatorname{sn}^2 u),$$

et U, U_1 sont deux solutions particulières de l'équation

$$y'' = y(2k^2 \operatorname{sn}^2 u - 1 - k^2 + 2k^2 \operatorname{sn}^2\omega).$$

» On reconnaît le cas le plus simple de l'équation de Lamé si complètement étudiée par M. Hermite, et les solutions U, U_1 sont précisément celles dont le produit est une fonction entière de $\operatorname{sn}^2 u$.

» On aura, en négligeant une constante arbitraire qui n'a aucune influence sur la forme de la surface,

$$U = \frac{H'(0)\,H(u+\omega)}{2\Theta(\omega)\,\Theta(u)}\, e^{-u\frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)}}, \quad U_1 = \frac{H'(0)\,H(u-\omega)}{2\Theta(\omega)\,\Theta(u)}\, e^{u\frac{\Theta'(\omega)}{\Theta(\omega)}}. \text{ »}$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la réduction des formes quadratiques positives ternaires.* Note de M. **Minkowski**, présentée par M. Jordan.

« M. Charve a publié, aux *Comptes rendus* de 1881, une Note sur la réduction des formes quadratiques positives quaternaires. Je prends la liberté d'ajouter sur cet objet les observations suivantes, auxquelles je suis

parvenu en étudiant les beaux Mémoires de M. Hermite dans le *Journal de Crelle*, t. 41 et 47.

» Les recherches sur la réduction des formes quadratiques s'appuient sur le théorème suivant :

» I. *Une forme quadratique positive* $f=\sum_1^n a_{ik}x_ix_k$ *à déterminant* D *n'obtient que pour un nombre fini de systèmes numériques* (x_i) *une valeur qui ne surpasse pas une quantité positive donnée* E.

» *Démonstration.* — En appliquant à f la substitution au déterminant 1,

$$x_i=y_i,\quad x_k=y_k+\left(\frac{\partial D}{\partial a_{ik}}:\frac{\partial D}{\partial a_{ii}}\right)y_i\quad (k \gtrless i),$$

f sera transformée en

$$g=\frac{D}{\frac{\partial D}{\partial a_{ii}}}y_i^2+g_i\quad (y_i=x_i),$$

où g_i représente une forme positive aux $n-1$ variables $y_k\,(k \gtrless i)$. Par conséquent, si la valeur de f ne doit pas être plus grande que la quantité E, nous obtenons un système d'inégalités

$$E \geqq f=g>\frac{D}{\frac{\partial D}{\partial a_{ii}}}x_i^2,$$

auquel ne peut satisfaire qu'un nombre fini de nombres entiers x_i''.

» Nous arrangeons toutes les formes positives en un certain ordre. Nous disons qu'une forme positive $h=\sum_1^n c_{ik}x_ix_k$ est *placée à côté* d'une forme $f=\sum_1^n a_{ik}x_ix_k$, si les coefficients c_{ii} sont égaux aux coefficients a_{ii}, par contre *au-dessus* (ou *au-dessous*) de la forme f, si les coefficients c_{ii} et a_{ii} ne sont pas tous d'accord, et si le premier coefficient c_{ii}, qui n'est pas égal au coefficient correspondant a_{ii}, est plus grand (ou plus petit) que a_{ii}.

» A l'aide du théorème I, on peut facilement démontrer : 1° que, parmi toutes les formes qui résultent d'une forme donnée f moyennant des substitutions numériques au déterminant 1 et qui donnent la classe f, apparaissent certaines formes φ, qui sont placées au-dessous de toutes les autres formes de cette classe ; 2° que le nombre de ces formes φ est ordi-

nairement égal à 1, et que ce n'est qu'exceptionnellement qu'il devient plus grand que 1; 3° que ces formes φ peuvent toujours être trouvées par un procédé *fini*.

» Les formes $\varphi = \sum_{1}^{n} \alpha_{ik}\xi_i\xi_k$ sont ce que M. Hermite appelle des formes *réduites*. D'après notre définition, les formes réduites φ de la même classe ont sûrement les mêmes coefficients α_{ii}.

» $n = 1, 2, 3, 4$. — *Pour $n \leqq 4$, une forme φ est réduite, et elle ne l'est que si elle satisfait aux inégalités*

$$\text{(I)} \qquad \alpha_{11} \leqq \alpha_{22} \leqq \ldots \leqq \alpha_{nn}$$

et à toutes les inégalités

$$\text{(II)} \qquad \varphi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n) \geqq \alpha_{ii} \quad \Big(\varepsilon_i = +1, -1;\ \underset{k \gtrless i}{\varepsilon_k = 0, +1, -1}\Big),$$

dans lesquelles ε_i signifie une unité, et où les autres ε_k ont ou les valeurs 0, *ou* +1, *ou* −1.

» *Démonstration.* — A. Les conditions (I) et (II) sont sûrement *nécessaires*, pour que φ soit une forme réduite; car, si l'on avait $\alpha_i > \alpha_{i_0}$ pour un $i < i_0$, φ serait transformée par la substitution

$$\text{[S(I)]} \qquad \xi_i = \eta_{i_0},\ \xi_{i_0} = -\eta_i,\ \xi_k = \eta_k \quad (i < i_0;\ k \gtrless i, i_0),$$

et si l'on avait $\varphi(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n) < \alpha_{ii}(\varepsilon_i = \pm 1; \varepsilon_k = 0, \pm 1)$, par la substitution

$$\text{[S(II)]} \qquad \xi_i = \eta_i + \frac{1}{\varepsilon_i}\sum_{k}^{k \gtrless i} \varepsilon_k \eta_k;\ \xi_k = \eta_k \quad (k \gtrless i)$$

en une forme qui serait placée au-dessous de φ; par conséquent, φ ne pourrait pas être réduite. Des inégalités (II) résultent spécialement les conditions $\alpha_{ii} \pm 2\alpha_{ik} + \alpha_{kk} \geqq \alpha_{ii}$, c'est-à-dire

$$(c) \qquad \alpha_{kk} \geqq \pm 2\alpha_{ik}.$$

» B. Les conditions (I) et (II) sont aussi *suffisantes* pour que φ soit réduite. Pour le démontrer, nous observons :

» 1° Que des inégalités (II) résultent toutes les autres inégalités

$$(m) \qquad \varphi(m_1, m_2, \ldots, m_n) \geqq \alpha_{ii} \quad (m_i > 0),$$

dans lesquelles m_i signifie un nombre quelconque différent de zéro, et les

autres m_k des nombres entiers tout à fait à volonté. Nous désignons par ε_k le nombre o, ou le nombre $+1$, ou le nombre -1, selon que m_k est égal à o, ou positif, ou négatif. Les quantités $\varepsilon_k m_k = \mu_k$ représentent les valeurs absolues des nombres m_k. Si les n quantités m_k, à l'exception du seul nombre m_i, sont égales à zéro, $\varphi(m_k)$ devient évidemment égal à $\alpha_{ii} m_i^2 \geqq \alpha_{ii}$, et l'inégalité (m) aura lieu. Mais si des nombres m_k, au moins deux, sont différents de zéro, nous déterminons un indice t de la manière suivante. Nous cherchons les nombres m_{i_0}, dont la valeur absolue est la plus petite sans être nulle, et nous posons, si parmi ces nombres m_{i_0} se trouve aussi le nombre m_i, l'indice $t = i$, mais si ce n'est pas le cas, t égal à l'un quelconque des nombres i_0. Si nous écrivons alors $s_k = \varepsilon_k u_t (k \gtrless t)$ et $s_t = 0$, les nombres s_k ne seront pas tous égaux à zéro, et nous obtenons l'identité

$$\begin{aligned}\varphi(m_1, m_2, \ldots, m_n) = \varphi(m_k) &= \varphi(m_k - s_k + s_k) \\ &= \varphi(m_k - s_k) + \sum_{i,k}^{1,n} \alpha_{ik}(m_i s_k + m_k s_i - s_i s_k) \\ &= \varphi(m_k - s_k) + 2 m_t^2 \sum_{k \gtrless t} \alpha_{kt} \varepsilon_k \varepsilon_t + \sum_{(i,k \gtrless t)} \alpha_{ik}(m_i s_k + m_k s_i - s_i s_k),\end{aligned}$$

qui, à cause de la relation

$$2 \sum_{k \gtrless t}^{1,n} \alpha_{kt} \varepsilon_k \varepsilon_t = [\varphi(\varepsilon_k) - \alpha_{tt}] - \sum_{(i,k \gtrless t)} \alpha_{ik} \varepsilon_i \varepsilon_k,$$

prend la forme

$$(n \leqq 4), \quad \varphi(m_k) = \varphi(m_k - s_k) + m_t^2 [\varphi(\varepsilon_k) - \alpha_{tt}] + 2 \sum_{i \gtrless t} \varepsilon_i^2 (\mu_i - \mu_t) \sum_{k \gtrless t} \alpha_{ik} \varepsilon_i \varepsilon_k.$$

» Ici, par suite des inégalités (I) et (c), ni la quantité

$$[\varphi(\varepsilon_k) - \alpha_{tt}],$$

ni les quantités

$$\sum_{k \gtrless t} \alpha_{ik} \varepsilon_i \varepsilon_k \Big(\underset{n=1}{=0}, \ \underset{n=2}{\alpha_{ii} \varepsilon_i^2}, \ \underset{n=3}{\alpha_{ii} \varepsilon_i^2 + \alpha_{ik} \varepsilon_i \varepsilon_k}, \ \underset{n=4}{\alpha_{ii} \varepsilon_i^2 + \alpha_{ik} \varepsilon_i \varepsilon_k + \alpha_{ik_0} \varepsilon_i \varepsilon_{k_0}} \Big)$$

ne sont négatives; par conséquent, nous obtenons l'inégalité

$$\varphi(m_k) \geqq \varphi(m_k - s_k),$$

pendant qu'on a en même temps

$$m_i - s_i > 0 \quad \text{et} \quad \Sigma m_k^2 > \Sigma (m_k - s_k)^2.$$

» Si nous mettons maintenant $\Sigma m_k^2 = M$, et si nous supposons que le point 1° du théorème (B) soit déjà prouvé pour tous les systèmes $(m_1, m_2, \ldots, m_n)$, $m_i > 0$, pour lesquels Σm_k^2 devient plus petit que M, il ressort évidemment $\varphi(m_k - s_k) \geqq \alpha_{ii}$ et $\varphi(m_k) \geqq \alpha_{ii}$. Sans doute l'inégalité (m) a lieu pour les systèmes (m_k), pour lesquels on a $\Sigma m_k^2 \leqq 1$, $(m_i > 0)$, c'est-à-dire pour le seul système $m_i = 1$, $m_k = 0$, $(k \gtrless i)$. Ainsi, le point 1° est parfaitement démontré.

» 2° Admettons que pour la forme φ les inégalités (I) et (II) soient satisfaites et, par conséquent, aussi toutes les inégalités (m). Alors φ est, en effet, réduite.

» *Démonstration.* — Nous supposons d'abord que φ puisse être transformée par une substitution numérique $\xi_i = \sum_1^n r_k^i \eta_k$ au déterminant 1 en une forme $\psi = \sum_1^n \beta_{ik} \eta_i \eta_k$, qui soit placée au-dessus de φ. Soit β_{ee} le premier des coefficients $\beta_{11}, \beta_{22}, \ldots, \beta_{nn}$ de la forme ψ, qui n'est pas égal au coefficient correspondant de la forme φ. Alors on doit avoir $\beta_{ii} < \alpha_{ii}$ et $\beta_{i_0 i_0} = \alpha_{i_0 i_0} (e_0 < i)$. Nous obtenons $\beta_{ii} = \varphi(r_1^i, r_2^i, \ldots, r_n^i)$. Soit r_e^e la dernière des quantités $r_1^i, r_2^i, \ldots, r_n^i$, qui est différente de zéro. Puis, à cause de (m), on a l'inégalité $\beta_{ii} = \varphi(r_e^i) \geqq \alpha_{ee}$. Soit $\alpha_{e_0 e_0} (e_0 \geqq e)$ la dernière des quantités $\alpha_{11}, \alpha_{22}, \ldots, \alpha_{nn}$, qui a encore la valeur α_{ee} tandis que α_{ee} devient $< \alpha_{kk}$, si k est $> e_0$. On conclut des relations $\alpha_{ii} > \beta_{ii}$, $\beta_{ii} \geqq \alpha_{ee} = \alpha_{e_0 e_0}$ et des inégalités (I) que le nombre e_0 et de même le nombre $e (\leqq e_0)$ est $< l$; par conséquent toutes les quantités $r_k^i (k > e_0 \geqq e)$ sont égales à zéro. β_{kk} devient, pour $k \leqq e_0 < l$, égal à $\alpha_{kk} \leqq \alpha_{e_0 e_0}$. Il en ressort que toutes les quantités r_k^i, pour lesquelles on a $i \leqq e_0$ et $k > e_0$, sont égales à zéro, puisque chacune de ces quantités, si elle différait de zéro, fournirait, contrairement aux conditions (I), une inégalité $\alpha_{kk} > \alpha_{ii}$, $(k \leqq e_0,\ i > e_0)$. Dans le déterminant $|r_\kappa^i|$ s'évanouissent maintenant toutes les $(n - e_0)(e_0 + 1)$ quantités

$$r_k^i (i = 1, 2, \ldots, e_0; h; k = e_0 + 1, e_0 + 2, \ldots, n),$$

qui sont les membres d'un système de $n - e_0$ séries horizontales et de $e_0 + 1$ séries verticales. Ce déterminant doit donc être égal à zéro, et l'on rencontre une contradiction.

» De ce qui précède on déduit, à l'aide du théorème I, que l'on peut

déterminer pour chaque forme positive f toutes les formes réduites de sa classe moyennant un nombre fini de substitutions de la forme S(I) ou S(II). (Toute classe f, pour laquelle aucune des inégalités (I) et (II) ne se change en une équation, a une *seule* forme réduite.)

» Dans le cas $n = 4$, j'ai trouvé pour la limitation des coefficients des formes réduites des identités symétriques analogues à celles que Gauss a établies pour les formes ternaires (GAUSS, *Œuvres complètes*, t. II). Je reviendrai sur ces identités dans une autre occasion. »

THÉORIE DES NOMBRES. — *Loi des périodes* (fin); par M. E. DE JONQUIÈRES ([1]).

« XI. L'expression de la loi que formule le théorème XVI ne serait pas complète si je n'ajoutais que le même énoncé convient au cas où, a et d étant premiers entre eux, d est pair. Ainsi complété, le théorème XVI s'applique à tous les cas possibles; il satisfait donc, autant que le comporte le sujet, au *desideratum* exprimé par moi le 26 février, dès le début de ces Communications.

» Mais je veux, faisant un pas de plus, porter la doctrine et le calcul, du point où les avait laissés Lagrange, jusqu'à cette limite que j'ai précisée où, toute loi venant à cesser, on n'est plus en présence que de faits particuliers, sans lien commun.

» XII. On sait comment se calcule le développement de la racine d'un nombre non carré en fraction continue. Legendre en donne l'exemple suivant au § V de la première Partie de sa *Théorie des nombres:*

$$x = \sqrt{19} = 4 + \frac{\sqrt{19} - 4}{1},$$

$$x_1 = \frac{1}{\sqrt{19} - 4} + \frac{\sqrt{19} + 4}{3} = 2 + \frac{\sqrt{19} - 2}{3}, \quad \ldots.$$

» Ce que je veux, c'est appliquer ce mode d'opération, non plus *numériquement* à un nombre particulier, mais *algébriquement* à une forme $\sqrt{E} = I = \sqrt{a^2 n^2 + dn}$, E exprimant une famille quelconque de nombres, donc embrassant dans sa généralité tous les nombres possibles.

» Pour y parvenir et afin que les formules, plus mnémotechniques, mettent mieux les lois en évidence, il convient de changer un peu les notations employées dans ma précédente Communication (p. 1129 et suiv.). Je

([1]) Voir *Comptes rendus*, séance du 16 avril.

désignerai donc par

$$q_1,\ q_2,\ q_3,\ q_4,\ \ldots,\ q_i,\ \ldots,\ q_m$$

les quotients, et par

$$r_1,\ r_2,\ r_3,\ r_4,\ \ldots,\ r_i,\ \ldots,\ r_m$$

les restes des divisions successives, que j'avais appelés

$$r,\quad t,\quad l,\quad u,\ \ldots,\ w_i,\ \ldots,\ \xi_m$$

et

$$\alpha,\quad \beta,\quad \gamma,\quad \delta,\ \ldots,\ \varphi_i,\ \ldots,\ \chi_m$$

respectivement.

» D'après ces désignations nouvelles, j'écrirai ainsi les deux suites récurrentes, dont les termes vont jouer un rôle fondamental dans l'opération,

$$\begin{array}{ll}
A_0 = 1, & \text{et}\quad \theta_0 = 1,\\
A_1 = q_1, & \theta_1 = q_2\theta_0,\\
A_2 = q_2 A_1 + A_0, & \theta_2 = q_3\theta_1 + \theta_0,\\
A_3 = q_3 A_2 + A_1, & \theta_3 = q_4\theta_2 + \theta_1,\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\
A_m = q_m A_{m-1} + A_{m-2}, & \theta_m = q_{m+1}\theta_{m-1} + \theta_{m-2}.
\end{array}$$

» XIII. Cela posé, le développement de $I = \sqrt{E}$ en fraction continue est donné par l'opération suivante, dont on démontre la légitimité, en prouvant que, si elle est vraie pour x_m, elle l'est aussi pour x_{m+1}. On a successivement

$$\begin{array}{lll}
x = an + \dfrac{I - an}{1}, & & \\
x_1 = \dfrac{1}{I - an} & = \dfrac{I + an}{dn} & = q_1 + \dfrac{I - (a - r_1 A_0)n}{dn},\\
x_2 = \dfrac{dn}{I - (a - r_1 A_0)n} & = \dfrac{I + (a - r_1 A_0)n}{r_1 A_1 n + \theta_0^2} & = q_2 + \dfrac{I - [(a - r_2 A_1)n + \theta_0\theta_1]}{r_1 A_1 n + \theta_0^2},\\
x_3 = \dfrac{r_1 A_1 n + \theta_0^2}{I - [(a - r_2 A_1)n + \theta_0\theta_1]} & = \dfrac{I + [(a - r_2 A_1)n + \theta_0\theta_1]}{r_2 A_2 n - \theta_1^2} & = q_3 + \dfrac{I - [(a - r_3 A_2)n - \theta_1\theta_2]}{r_2 A_2 n - \theta_1^2},\\
x_4 = \dfrac{r_2 A_2 n - \theta_1^2}{I - [(a - r_3 A_2)n - \theta_1\theta_2]} & = \dfrac{I + [(a - r_3 A_2)n - \theta_1\theta_2]}{r_3 A_3 n + \theta_2^2} & = q_4 + \dfrac{I - [(a - r_4 A_3)n + \theta_2\theta_3]}{r_3 A_3 n + \theta_2^2},\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\
x_{m+1} = \dfrac{r_{m-1} A_{m-1} n \mp \theta_{m-2}^2}{I - [(a - r_m A_{m-1})n \mp \theta_{m-2}\theta_{m-1}]} & = \dfrac{I + [(a - r_m A_{m-1})n \mp \theta_{m-2}\theta_{m-1}]}{r_m A_m n \pm \theta_{m-1}^2} & = q_{m+1} + \dfrac{I - [(a - r_{m+1} A_m)n \pm \theta_{m-1}\theta_m]}{r_m A_m n \pm \theta_{m-1}^2}.
\end{array}$$

» En ce qui concerne, dans ce tableau, les signes dont sont affectés, entre les parenthèses, les termes indépendants de n, je me bornerai à observer que, dans les fractions terminant chaque ligne, ces signes marchent toujours ensemble au numérateur et au dénominateur, positifs lorsque l'indice i de x_i est pair, négatifs quand cet indice est impair. On en conclut cette conséquence importante : lorsque le reste r_i est nul, on a

$$x_i = \ldots = q_i + \frac{I - [an \pm \theta_{i-2}\theta_{i-1}]}{r_{i-1}A_{i-1}n \pm \theta_{i-2}^2}.$$

Or, dans ce cas, on a $\theta_{i-1} = d$, d'après les propriétés qui découlent de la théorie élémentaire du plus grand commun diviseur. Dans l'opération subséquente, qui donne la valeur de x_{i+1}, comme l'on a à retrancher du carré de I, c'est-à-dire de $a^2n^2 + dn$, le carré de la quantité contenue entre les parenthèses, on aurait un résultat négatif, ce qui ne se peut, si le reste $r_i = 0$ se présentait à un rang pair $i = 2j$, à cause de

$$(\overline{an + \theta_{i-2}d})^2 > a^2n^2 + dn.$$

Le quotient q_i, correspondant à ce reste, ne serait donc pas un terme de la période, et telle est la raison de la règle énoncée, sans explication, au théorème XVI.

» On voit en outre que, si la condition du signe négatif est remplie, donc si i est impair, la valeur de x_{i+1} sera

$$x_{i+1} = \frac{r_{i-1}A_{i-1}n - \theta_{i-2}^2}{I - (an - \theta_{i-2}d)} = \frac{I - (an - \theta_{i-2}d)}{d^2} = \ldots$$

» L'apparition du dénominateur *numérique* d^2, indépendant de n, arrête là, comme je l'ai dit, l'opération, *algébriquement* parlant, sauf pour les valeurs de n qui satisfont [1] à la congruence $2an \equiv 2\theta_{i-2}d \pmod{d^2}$ ou à l'égalité $n = i'd + kd^2$, et de là découlent les conséquences que j'ai fait connaître concernant les groupes réguliers (E_1), (E_d), le *terme central* $\frac{2an - 2\theta_{i-2}d}{d^2}$, le nombre toujours pairement pair des termes de la période uniforme du groupe (E_1), et d'autres encore.

---

[1] Ces valeurs satisfont, i' étant convenablement choisi, à l'*une* des égalités $n = i'd + kd^2$. Le groupe (E_1) n'est donc que l'un des groupes (E_d), dont le nombre est par suite d, et non $d + 1$, comme je l'avais annoncé au théorème XII. Mais ce groupe (E_1) se distinguant de tous ses congénères par des propriétés qui lui sont propres, il convient de lui maintenir son individualité. Je reviendrai là-dessus.

» L'espace me manque pour indiquer d'autres remarques curieuses qui résultent du Tableau ci-dessus. Le lecteur attentif les fera de lui-même. J'ajouterai, en faveur de ceux qui tenteraient des applications numériques (par exemple, $E = \overline{1000n}^2 + 257n$, qui présente un cas déjà étudié plus haut, et assez complet et intéressant) qu'ils devront avoir égard :

» 1° A la réserve, que j'ai exprimée au théorème IX et renouvelée depuis (p. 1131), concernant les valeurs initiales de n qui offrent des exceptions, quant à ceux des termes communs qui conviennent à leurs périodes individuelles;

» 2° Aux rectifications matérielles signalées aux *errata* des *Comptes rendus* du 9 avril (p. 1170), auxquelles il faut ajouter celle-ci : théorème XVII, p. 1130, *lisez* le nombre constant θ, *au lieu de* le nombre θd, qui figure à tort dans le texte. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur une relation d'involution, concernant une figure plane formée de deux courbes algébriques, dont l'une a un point multiple d'un ordre de multiplicité inférieur d'une unité à son degré.* Note de M. G. Fouret.

« Soient, dans un plan, trois courbes algébriques d'un même degré m, (A_m), (B_m), (C_m), ayant les mêmes points d'intersection, et coupées par une droite quelconque (D), la première en m points a, la seconde en m points b, la troisième en m points également, parmi lesquels on en prend deux arbitrairement e et f. On a la relation

$$\left(\frac{ae}{af}\right)_m = \left(\frac{be}{bf}\right)_m,$$

en convenant de représenter par $\left(\frac{ae}{af}\right)_m$, $\left(\frac{be}{bf}\right)_m$, respectivement, les produits des valeurs que prennent les rapports $\frac{ae}{af}$, $\frac{be}{bf}$, quand on y remplace successivement a par les m points d'intersection de (D) avec (A_m), b par les m points d'intersection de (D) avec (B_m).

» Le théorème exprimé par la relation (1) est dû, comme on le sait, à Poncelet [1]. On peut l'énoncer en disant que, *si l'on coupe par une droite arbitraire un faisceau de trois courbes algébriques planes d'un même degré m, les trois groupes de m points qui en résultent forment une involution complète du* m^ième^ *ordre.*

---

[1] *Traité des propriétés projectives des figures*, t. II, p. 246.

» En nous appuyant sur ce théorème, nous allons démontrer le suivant, qui concerne une figure plane, formée d'une courbe algébrique quelconque et d'une autre courbe algébrique possédant un point multiple d'un ordre de multiplicité inférieur d'une unité à son degré.

» Théorème. — *Étant données, sur un même plan, une courbe algébrique quelconque* (K_n) *de degré* n, *une seconde courbe algébrique* (L_r) *de degré* r, *ayant un point multiple* I *d'ordre* $r-1$, *et une droite arbitraire* (D), *si l'on désigne respectivement par* a, b, c *les points d'intersection avec* (D) : 1° *d'une droite joignant le point* I *à l'un quelconque des* nr *points d'intersection des deux courbes* (K_n) *et* (L_r); 2° *de la courbe* (K_n); 3° *de l'une quelconque des* $r-1$ *tangentes en* I *à* (L_r); *si l'on désigne en outre par* e *et* f *deux quelconques des points d'intersection de* (D) *avec* (L_r), *on a la relation d'involution*

$$(2)\qquad \left(\frac{ae}{af}\right)_{nr} = \left(\frac{be}{bf}\right)_n \left(\frac{ce}{cf}\right)_{r-1}^n.$$

» Pour appliquer le théorème de Poncelet rappelé plus haut, nous allons former avec les éléments de la figure un faisceau de trois courbes algébriques d'un même degré, qui seront composées chacune de deux ou plusieurs lignes d'un degré inférieur.

» Le degré commun des trois courbes sera $m = nr$. La première (A_m) sera formée des nr droites joignant le point I aux nr points d'intersection α de (K_n) et de (L_r). La seconde (B_m) se composera de (K_n) et de $r-1$ droites n-tuples coïncidant avec les $r-1$ tangentes (T) de (L_r) en I. Avant de définir la troisième, cherchons les $m^2 = n^2 r^2$ points d'intersection de (A_m) et de (B_m). Les nr droites composant (A_m) coupent ensemble (K_n) en $n^2 r$ points. Chacune d'elles coupe en outre en n points confondus en I chacune des $r-1$ droites n-tuples (T) qui, jointes à (K_n), complètent (B_m). On obtient ainsi en tout $n^2 r(r-1)$ points d'intersection confondus en I. En y ajoutant les $n^2 r$ points déjà trouvés en dehors de I, on a bien les $n^2 r^2 = m^2$ points d'intersection de (A_m) et de (B_m). Quelques-uns de ces $n^2 r^2$ points sont situés sur (L_r). Ce sont : 1° les nr points d'intersection de (K_n) et de (L_r); 2° les points de rencontre de (L_r) avec les $(r-1)$ droites n-tuples (T): ces derniers points, tous confondus d'ailleurs avec le point I, sont au nombre de $nr(r-1)$. Parmi les $n^2 r^2$ points communs à (A_m) et à (B_m), $nr + nr(r-1) = nr^2$ se trouvent, par suite, appartenir à (L_r). Or, d'après un théorème bien connu dû à Gergonne [1], si, parmi les $n^2 r^2$ points d'inter-

[1] *Annales de Mathématiques*, t. XVII, p. 220.

section de deux courbes d'un même degré nr, nr^2 sont sur une courbe de degré r, les $n^2r^2 - nr^2 = n(n-1)r^2$ restants appartiennent à une courbe de degré $nr - r = (n-1)r$. C'est ce qui a lieu dans le cas présent. Cette dernière courbe de degré $(n-1)r$ et la courbe (L_r) constituent par leur réunion une troisième courbe (C_m) de degré $m = nr$, formant avec (A_m) et (B_m) un faisceau auquel s'applique le théorème de Poncelet, et, par suite, la relation (1). Dans cette relation, les points a communs à (D) et à (A_m) deviennent les mn points d'intersection de (D) avec les mn droites $I\alpha$, les points b communs à (D) et (B_m) comprennent, d'une part, les n points b de rencontre de (D) avec (K_n), et, de l'autre, les $r-1$ points c de rencontre de (D) avec les $r-1$ droites (T), ces derniers points devant être comptés chacun n fois. Enfin, pour e et f, nous pouvons prendre à volonté deux des points d'intersection de (D) avec la courbe (C_m) et, par suite, avec la courbe (L_r) qui en est une partie intégrante. Ainsi se trouve déduite de la relation (1) la relation (2).

» En remarquant que la relation (2) ne contient que des rapports anharmoniques, on en conclut immédiatement cette autre

$$(3) \qquad \left(\frac{\sin \widehat{aIe}}{\sin \widehat{aIf}}\right)_{nr} = \left(\frac{\sin \widehat{bIe}}{\sin \widehat{bIf}}\right)_{n} \left(\frac{\sin \widehat{cIe}}{\sin \widehat{cIf}}\right)^{n}_{r-1}.$$

» On peut tirer du théorème que nous venons d'exposer un assez grand nombre de conséquences. Quelques-uns des résultats auxquels on est conduit nous paraissent mériter d'être énoncés : nous espérons y revenir dans une autre occasion. »

OPTIQUE. — *Étude des radiations infra-rouges au moyen des phénomènes de phosphorescence.* Note de M. Henri Becquerel, présentée par M. Fizeau. Deuxième partie. (Extrait.)

Spectres d'absorption de diverses substances.

« Dans une Note que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie, le 8 janvier dernier, j'ai donné une mesure des longueurs d'onde des nombreuses raies et bandes que les phénomènes de phosphorescence permettent de discerner dans le spectre solaire infra-rouge. La même méthode s'applique très simplement à l'étude des spectres d'absorption de diverses substances et, en particulier, des bandes telluriques, dans cette région du spectre.

» *Bandes telluriques.* — L'absorption de la lumière solaire par l'atmosphère, étudiée avec tant de soin par MM. Brewster et Gladstone, et par M. Janssen, dans la partie visible du spectre, par M. Desains et par d'autres physiciens dans le spectre calorifique, donne, dans la région infra-rouge, quatre grosses bandes, dont les longueurs d'onde moyennes exprimées en millionièmes de millimètre sont, d'après les mesures rappelées plus haut, 930, 1082, 1230 et 1470. Cette dernière bande est celle qui a été observée par MM. Fizeau et Foucault, en 1847. Lorsque le spectre est projeté sur une substance phosphorescente, on peut suivre avec beaucoup de netteté les variations d'intensité et de largeur que présentent ces bandes quand le soleil est plus ou moins élevé sur l'horizon, et quand l'atmosphère est plus ou moins chargée de vapeurs. Lorsque le soleil est bas sur l'horizon, la bande 930 apparaît très sombre et très large; les bandes 1082 et 1230 sont très intenses et l'intervalle de ces bandes est devenu sombre. Au delà, il est très difficile d'étudier les variations de la bande 1470.

» Près de A, on retrouve les cinq bandes indiquées par Brewster et Gladstone, dont les longueurs d'onde sont : de 762 à 764,5, de 785 à 790, de 799,5 à 802, de 810 à 814 et de 824 à 831. Les variations d'intensité dans cette région, de même que dans le spectre lumineux, sont beaucoup moindres que celles des grosses bandes de l'infra-rouge.

» *Spectre d'absorption de l'eau.* — M. Desains avait observé, depuis longtemps, qu'une petite épaisseur d'eau fait apparaître dans le spectre calorifique des bandes froides analogues à celles du spectre solaire. Le spectre d'absorption de l'eau est, en effet, discontinu et présente des bandes qui paraissent coïncider avec les grosses bandes du spectre solaire dont nous venons de parler. En étudiant l'absorption produite par une épaisseur d'eau progressivement croissante, on observe les résultats suivants : avec 1^{mm} d'eau on voit apparaître les bandes 930 et 1230 et l'extrémité infra-rouge est absorbée jusqu'à la longueur d'onde 1300 environ. Pour des épaisseurs d'eau plus grandes, les bandes 1230 et 930 deviennent plus noires et plus larges; avec $0^{m},01$ d'eau, l'absorption s'étend depuis l'infra-rouge extrême jusqu'à la longueur d'onde 1082 où elle semble limitée brusquement; puis au delà apparaît la bande 930. Au travers d'une colonne d'eau de $0^{m},50$, toutes les bandes semblent réunies par une ombre, mais l'absorption s'avance très peu au delà de la bande 930.

» *Spectres d'absorption de quelques métaux terreux.* — Je dois à l'obligeance de M. Lecoq de Boisbaudran d'avoir pu étudier les spectres d'ab-

sorption infra-rouges d'une série de produits, contenant, à des degrés de concentration différents, de l'erbine, de l'holmium, du didyme et du samarium. Ces substances donnent des spectres d'absorption à bandes, très remarquables. Déjà M. Desains avait observé que le didyme fait naître des bandes froides dans le spectre calorifique; d'après les déterminations faites avec les substances phosphorescentes, le spectre d'absorption du didyme, dans la région infra-rouge, est caractérisé par trois bandes très fortes dont les longueurs d'onde sont : de 730,5 à 756, de 782 à 819 et de 872 à 890. Lorsque la dissolution contient peu de didyme, les bandes sont plus étroites et ont pour longueur d'onde moyenne : 743, 796 et 872. La première de ces bandes a été décrite avec détail par M. Lecoq de Boisbaudran; la seconde, observée par M. Soret, et la troisième seulement entrevue par ce physicien. Les dissolutions étudiées donnent diverses autres bandes, sans compter celles de l'eau; deux très fortes bandes, dont les longueurs d'onde sont 1010 et 1180 environ, paraissant appartenir au samarium; deux autres, plus faibles, 840 et 910, n'ont pu, faute d'éléments de comparaison, être rattachées à une substance bien déterminée.

» Les dissolutions contenant de l'erbine et de l'holmium et exemptes de didyme ont manifesté la bande 811, attribuée, par M. Soret, à l'holmium, et une bande plus faible, dont la longueur d'onde est 890.

» On a, en outre, étudié les spectres d'absorption de diverses autres substances. Certaines dissolutions de sels de cuivre arrêtent tout le spectre infra-rouge, une dissolution de chlorure de nickel arrête les radiations rouges et laisse passer la portion du spectre infra-rouge qui n'est pas absorbée par l'eau. Un fragment de verre vert a laissé passer seulement la région du spectre infra-rouge comprise entre 1150 et l'extrémité la moins réfrangible, observable par la méthode employée.

Spectres d'émission des vapeurs métalliques.

» On peut étudier également, dans la région infra-rouge, les spectres d'émission des vapeurs métalliques, en projetant sur les substances phosphorescentes le spectre fourni par une forte étincelle d'induction éclatant entre des pointes de métaux divers. La faible intensité des radiations n'a pas permis jusqu'ici d'aller très loin dans cette recherche, que je poursuis du reste actuellement. Cependant, avec divers métaux, on a reconnu la présence d'un certain nombre de bandes brillantes dont on peut contrôler la position avec un spectroscope, jusqu'à la longueur d'onde 820; au delà de cette limite, on a observé des régions actives plus ou moins diffuses qui

représentent probablement des groupes de raies, et que j'espère pouvoir décrire bientôt avec plus de précision. On a étudié notamment le magnésium, le fer, le plomb, le zinc, l'aluminium et l'étain, qui donnent des bandes actives jusqu'à 950 et au delà. Les résultats détaillés seront publiés dans un Mémoire qui paraîtra très prochainement; comme exemple, je citerai ici les raies et bandes principales qui ont été données par le magnésium et par le fer.

Magnésium...	745 775 790 819 (paraît coïncider avec une très forte raie du spectre solaire), 920 (diffuse).
Fer.........	747 775 850 (bande diffuse).

» On voit par les résultats qui précèdent que la méthode fondée sur la phosphorescence permet d'étudier très facilement les radiations infra-rouges, en donnant à chaque instant une image d'ensemble des phénomènes divers que l'on se propose d'observer dans cette région du spectre. »

PHYSIQUE. — *Sur les chaleurs spécifiques de quelques gaz aux températures élevées.* Note de M. VIEILLE, présentée par M. Cornu.

« Nous avons décrit, dans des Notes précédentes, un appareil destiné à la mesure des pressions rapidement variables développées en vase clos par les mélanges gazeux explosifs et nous avons fait connaître une méthode permettant d'évaluer l'influence du refroidissement.

» En poursuivant ces études, encore incomplètes, nous sommes arrivé à des résultats que nous croyons pouvoir, dès aujourd'hui, indiquer.

» Ces résultats concernent :

» 1° La vérification et l'extension à des températures de 2700° de la loi d'identité des chaleurs spécifiques moléculaires à volume constant des gaz H, Az, O, CO, formulée par MM. Mallard et Le Châtelier, comme résultant de leurs expériences jusqu'à 2000°;

» 2° La mesure de pressions conduisant à attribuer à certaines réactions des températures beaucoup plus élevées que celles qui ont été admises jusqu'ici comme pratiquement réalisables.

» I. *Vérification de l'identité des chaleurs spécifiques des gaz* H, O, Az, CO. — Ces vérifications s'obtiennent en additionnant un mélange tonnant convenable H + O ou $C^2Az + 2O$ de volumes égaux de divers gaz, et en vérifiant l'identité des pressions maxima développées. La comparaison porte sur les chiffres bruts d'expérience, sans correction de refroidissement,

les durées de réaction étant sensiblement identiques pour les mélanges de même teneur en gaz inerte. Les mélanges hydrogénés sont toutefois un peu plus vifs, et cette propriété explique la légère supériorité des pressions qu'ils développent et que le Tableau ci-après met en évidence.

» Lorsqu'on s'abstient de toute hypothèse sur la valeur des coefficients de dilatation et sur le degré de dissociation, on peut énoncer les résultats comme il suit :

» Jusqu'à des températures très élevées, supérieures à celle de la fusion du platine, la relation qui lie les accroissements de pression aux quantités de chaleur absorbées à volume constant (¹) est identique pour les gaz H, Az, O, CO.

» Cette relation n'implique l'identité de la loi de variation des chaleurs spécifiques de ces divers gaz que lorsqu'on introduit l'hypothèse de la constance des coefficients de dilatatation des gaz et vapeurs jusqu'aux températures les plus élevées. Cette hypothèse est d'ailleurs conforme aux résultats des expériences les plus récentes. Elle résulterait immédiatement de la formule proposée par M. Clausius pour représenter l'équation caractéristique des gaz et vapeurs. Or cette formule a été vérifiée par M. Clausius pour l'acide carbonique et par M. Sarrau pour d'autres gaz

$$H, O, Az, C^4H^4, C^2H^4.$$

» M. Berthelot a montré (²) que l'hypothèse de la constance des coefficients de dilatation à volume constant suffit pour calculer les températures d'explosion dans les cas où il n'y a pas de dissociation ; il en est de même lorsque les produits de l'état final se dissocient sans variation de volume. Ce dernier cas semble se présenter pour les mélanges cyanogénés brûlant pour oxyde de carbone ; mais, pour les mélanges à base de H + O, les températures calculées peuvent être un peu fortes, au moins pour les mélanges les plus riches en gaz tonnant (³).

» Le Tableau suivant résume les résultats de nos essais, les gaz étant supposés dans leur état initial à 15°, saturés de vapeur d'eau et sous la pression 760^{mm}.

(¹) Volume du gaz à 15°, sous la pression atmosphérique.

(²) *Annales de Chimie et de Physique*, 5ᵉ série, t. XII, p. 308.

(³) L'identité des pressions observées à 2700° pour les mélanges du gaz tonnant H + O, soit avec l'un des composants, soit avec le gaz inerte Az, semble indiquer que la dissociation est faible.

Mélanges H + O + *gaz inerte. Récipient de* 4^{lit}.

Nature des mélanges.	Nombre des expériences.	Pressions absolues (kilog. par centimètre carré).	Écart moyen.	Températures.
H + O + 3 Az.......	2	6,73	0,08	1834
H + O + 3H.......	1	6,91	»	1888
H + O + 6O.......	1	6,65	»	1809
H + O + 2 Az.......	2	7,71	0,13	2233
H + O + 2 H.......	2	7,87	0,11	2283
H + O + Az........	4	8,53	0,25	2691
H + O + H.........	4	8,64	0,15	2733
H + O + O^2........	2	8,52	0,04	2690
H + O + $\frac{1}{4}$ Az......	3	8,87	0,10	3173
H + O + $\frac{1}{4}$ H.......	2	9,10	0,05	3265

Mélanges C^2Az + 2O + *gaz inerte. — Bombe* 300^{cc}.

Nature des mélanges.	Nombre des expériences.	Pressions absolues (kilog. par centimètre carré).	Écart moyen.	Températures.
C^2Az + O^2 + Az^2....	2	13,77	0,08	2791
C^2Az + O^2 + 2CO...	2	14,00	0,13	2843
C^2Az + O^2 + $\frac{3}{4}$Az...	1	18,56	»	3507
C^2Az + O^2 + $\frac{3}{4}$CO...	1	18,75	»	3547

» Nous pensons que jusqu'à 2700° l'identité des chaleurs moléculaires à volume constant des gaz H, O, Az, CO doit être admise. Au-dessus de cette limite, on voit facilement que la vérification tirée de nos expériences serait illusoire, étant donnés le degré de précision et la faible teneur du mélange en gaz inerte.

» L'identité des chaleurs spécifiques de CO et Az aux températures élevées permet d'aborder directement, à l'aide des mélanges cyanogénés brûlant pour oxyde de carbone, l'étude des chaleurs spécifiques des gaz simples, et les expériences qui précèdent fournissent déjà quelques indications sur une limite supérieure des chaleurs spécifiques de ces gaz aux températures de 3500°. Mais nous avons montré, dans une Communication précédente, l'influence très notable des surfaces de refroidissement du récipient sur la valeur des pressions maxima réellement développées, et nous nous réservons de revenir sur cette question quand nous aurons complété nos expériences dans des récipients de grande capacité.

» II. Nous signalerons seulement la valeur très élevée des températures

auxquelles conduisent les mesures de pressions relatives aux mélanges cyanogénés.

Nature du mélange.	Pressions absolues (kilog. par centimètre carré).	Température.	Capacité du récipient.
$C^2Az + 2O$	23,06	3927	300^{cc}
$C^2Az + 4O$	20,25	5320	1500^{cc}

» La température calculée pour le deuxième mélange est sans doute trop élevée, du fait des dissociations, mais la première peut être considérée comme exacte d'après les remarques qui précèdent, et elle est supérieure de près de 1000° aux températures généralement considérées comme pratiquement réalisables. »

PHYSIQUE. — *Sur la variation des indices de réfraction de l'eau et du quartz, sous l'influence de la température.* Note de M. **H. Dufet**, présentée par M. Fouqué.

« M. Mascart [1] a montré tout le parti qu'on pouvait tirer des franges de Talbot, employées comme procédé différentiel pour la mesure des indices de réfraction. En voici une nouvelle application :

» Un faisceau de rayons parallèles, émané d'un collimateur, traverse une cuve rectangulaire remplie de liquide. Au sein du liquide se trouve une lame à faces parallèles d'un solide, à travers laquelle passe la moitié du faisceau, limité par une fente de largeur convenable. En décomposant le faisceau par un prisme, on aperçoit les franges de Talbot. Elles se déplacent par un changement de température, et l'on peut déduire de ce déplacement la variation de la différence des indices du solide et du liquide. Soient S et L les indices du solide et du liquide, t et t' les températures qui correspondent au passage d'une frange devant le fil du réticule de la lunette pointée sur une raie de longueur d'onde λ, e l'épaisseur à 0° de la lame, μ son coefficient de dilatation pour la température $\frac{t+t'}{2}$, on a

$$e(1+\mu t)(S-L) = k\lambda,$$
$$e(1+\mu t')[S-L+\Delta(S-L)] = (k+1)\lambda,$$

équations entre lesquelles s'élimine k.

» Comme il importe que le solide et le liquide soient à la même tempé-

(1) *Journal de Physique*, t. I, 1re série, p. 177. — *Comptes rendus*, t. LXXVIII, p. 617.

rature, je n'ai pas écarté à l'aide de bilames les deux faisceaux interférents. Dans ces conditions, les variations de température du liquide et les défauts de planité des lames de verre qui ferment la cuve ne sauraient troubler les phénomènes d'interférence produits exclusivement par la lame solide et la lame liquide qui la continue.

» Au lieu d'observer le passage des franges devant le fil du réticule, ce qui n'est que médiocrement exact, on observe leur passage sur les deux raies D_1 et D_2. Quand une frange obscure correspond au milieu d'une des raies du sodium, celle-ci est divisée en deux raies brillantes d'égale intensité; si la frange obscure est à égale distance des deux raies, on aperçoit dans leur intervalle une ou plusieurs franges de diffraction brillantes, symétriques par rapport aux deux raies; si enfin le milieu de leur intervalle correspond à une frange brillante du spectre, les deux raies sont bordées *extérieurement* de franges de diffraction également brillantes. Ces divers phénomènes sont très nets, et ne comportent pas pour l'évaluation de la température une erreur de plus de 3 ou 4 centièmes de degré.

» La température était déterminée à l'aide d'un excellent thermomètre, ayant autrefois servi à Despretz, dont le calibrage a été refait, et que j'ai comparé, grâce à l'obligeance de M. René Benoît, avec un des thermomètres-étalons du Bureau international des Poids et Mesures. Je crois pouvoir compter sur $\frac{1}{50}$ de degré.

» Je construis ainsi une courbe, dont les ordonnées sont les différences de température produisant le passage d'une frange, et les abscisses les températures moyennes. De la courbe moyenne, je déduis, par un calcul facile, la dérivée par rapport à la température de la différence des deux indices.

» Je ferai remarquer que ce procédé dispense de la correction très incertaine de la dilatation des lames de verre qui ferment la cuve, et de celle plus incertaine encore, bien que non négligeable, de l'air échauffé au contact des parois. De plus on détermine la température au moyen d'un seul thermomètre.

» Les expériences terminées jusqu'à présent ont porté sur l'eau comme liquide, et, comme solides, sur la glace de Saint-Gobain et le quartz perpendiculaire à l'axe. L'épaisseur des lames était $1^{mm},258$ pour le verre, $1^{mm},392$ pour le quartz; avec ces épaisseurs, les franges sont très serrées (environ 50 franges entre les raies C et D), et il faut, pour les observer, la dispersion assez forte produite par cinq prismes de flint de 60°. L'indice du verre de Saint-Gobain pour la raie D ne varie pas sensiblement avec la

température, d'après les expériences directes de M. Fizeau et de M. Baille. Les expériences faites avec ce corps donneront donc la variation d'indice de l'eau. La différence entre les résultats précédents et ceux obtenus avec l'eau et le quartz donneront la variation de l'indice ordinaire de ce dernier corps.

» Les expériences que je publie aujourd'hui ont surtout servi de moyen de contrôle pour la méthode. Cette méthode fournit avec une grande précision les variations d'indice des liquides, et, pour les solides, comparés à un liquide étudié une fois pour toutes, elle permet d'opérer sur de très petits fragments.

» La détermination des variations d'indice de l'eau était ici le point important; aussi ai-je procédé à des mesures directes. Je me suis d'abord servi d'un prisme de 90° environ, placé à une température déterminée à la position de déviation minima. Le prisme rempli d'eau tiède se refroidissait lentement dans l'air ambiant; sa capacité étant de près d'un litre, le refroidissement était assez régulier pour permettre le dédoublement de la raie du sodium, alors que sa température était de 15 à 20° au-dessus de celle de l'air ambiant. J'ai d'ailleurs opéré en été et en hiver avec des températures extérieures voisines de 20° et de 0°, en plaçant le thermomètre en différents points de la masse liquide. Les résultats étaient très concordants. D'autres séries d'expériences ont été faites avec un prisme de 45°, placé normalement aux rayons incidents. Dans les deux cas, *sans toucher au prisme,* j'observais, à l'aide d'un théodolite de Gambey donnant les 5″, le déplacement de la raie du sodium, et j'en ai déduit une formule donnant $\frac{dn}{dt}$ en fonction de la distance de la raie D à la position correspondant à une température donnée. On évite ainsi, en ne touchant pas au prisme, les erreurs provenant des irrégularités des lames qui le forment.

» Je reproduis, sous forme de Tableau, les résultats obtenus entre 20° et 40°.

	$\frac{dn}{dt}$ déduit des expériences					
	directes.		sur l'eau et la glace de Saint-Gobain.	sur l'eau et le quartz.		
Température.	Prisme de 90°. I.	Prisme de 45°. II.	III.	IV.	Moyenne de I, II, III.	Différence avec IV.
40°...	−0,0001446	−0,0001457	−0,0001497	−0,0001418	−0,0001467	−0,0000049
38...	1406	1420	1437	1381	1421	40
36...	1364	1382	1386	1337	1377	40
34...	1321	1340	1330	1288	1330	42

Température.	$\frac{dn}{dt}$ déduit des expériences directes. Prisme de 90°. I.	Prisme de 45°. II.	sur l'eau et la glace de Saint-Gobain. III.	sur l'eau et le quartz. IV.	Moyenne de I, II, III.	Différence avec IV.
32°...	−0,0001276	−0,0001291	−0,0001275	−0,0001234	−0,0001281	−0,00047
30...	1229	1239	1220	1177	1229	52
28...	1181	1179	1168	1118	1176	58
26...	1134	1119	1114	1058	1122	64
24...	1074	1049	1058	999	1060	61
22...	1009	978	995	939	994	55
20...	929	898	927	873	918	45

» Le nombre obtenu pour la variation d'indice ordinaire du quartz est — 0,0000050, nombre presque identique avec celui obtenu par M. Fizeau, — 0,0000055, entre des limites de température un peu différentes. »

ACOUSTIQUE. — *Etudes expérimentales sur la production des voyelles dans la parole chuchotée.* Note de M. J. Lefort, présentée par M. A. Cornu.

« Si l'on insuffle de l'air dans une cavité de capacité déterminée, ouverte à sa partie supérieure, et que l'on puisse agrandir ou diminuer, ouvrir ou fermer à volonté, on produit des bruits analogues aux voyelles dans la parole chuchotée.

» La colonne d'air peut être formée par l'expiration de l'air contenu dans les poumons ou fournie par une soufflerie quelconque, sur le sommier de laquelle sont fixés des porte-vent dont l'orifice de sortie doit être rétréci pour produire un effet pareil à celui que l'air qui sort des poumons fait entendre en frôlant les lèvres du larynx.

» On peut obtenir la cavité avec des boules ou des poires de caoutchouc, ou mieux avec des tubes de verre ou de métal, dont il est plus facile d'augmenter ou de diminuer la hauteur et le diamètre d'ouverture.

» On donne naissance, par ces diverses modifications, aux bruits caractéristiques des voyelles.

» Les capacités grandes produisent les voyelles : *ou*, *ô* fermé, *o* ouvert, *à* ouvert, *â*.

» Les moyennes produisent les voyelles *u*, *eu*, *e*. Il faut toujours donner à cette dernière voyelle la même prononciation que *eu* dans *fleur*.

» Les petites capacités enfin produisent les voyelles *i*, *é* fermé, *è* ouvert.

» Le tube ouvert donne, dans l'ordre suivant, à mesure qu'on en diminue graduellement la hauteur, les voyelles *â*, *à*, *e*, *eu*, *u*, *è*, *é*, *i*.

Les voyelles *ou*, *ô*, *o* ouvert s'obtiennent en fermant, à trois degrés différents, l'orifice supérieur du tube.

» Des tubes de divers diamètres d'ouverture, produisant à la même hauteur des notes de capacités différentes, il s'ensuit qu'un tube de $0^m,028$ de diamètre intérieur donne, à la hauteur de $0^m,067$, la note de capacité *mi* bémol, tandis que la note de capacité d'un tube de $0^m,026$ est *fa* naturel à la même hauteur.

» Si, après avoir fermé l'orifice supérieur de la cavité, on l'ouvre graduellement, on forme également des séries de ces mêmes bruits caractéristiques des voyelles, dont les notes de capacité varient par demi-tons à mesure que l'ouverture s'agrandit.

» Ce changement de tonalité démontre l'exactitude de la règle établie dans ma méthode de chant, qui ordonne d'augmenter l'ouverture de la bouche, lorsque les sons suivent une marche ascendante.

» On arrive, par ce moyen, à émettre toutes les voyelles pures, dans toute l'étendue de l'échelle vocale.

» Il résulte aussi de cette nouvelle théorie la preuve manifeste que les voyelles ne sont pas des timbres, comme on l'enseigne généralement, et qu'elles sont les notes de hauteurs différentes, d'un même instrument, l'instrument de la parole, complètement distinct de l'instrument vocal; qu'on peut leur communiquer des timbres nombreux; le sombre, le clair, le doux, le dur, le guttural, le nasal, etc.; ces timbres divers sont formés par la mise en action des muscles nombreux de l'organe de la voix; mais ils ne sont pas propres aux voyelles, ils peuvent leur être ajoutés.

» Les voyelles ne sont donc pas des timbres, au même titre que le timbre des sons de même hauteur, qui caractérise entre eux les divers instruments, soit à vent, soit à cordes. »

CHIMIE. — *Sur la liquéfaction de l'azote.* Note de MM. **S. Wroblewski** et **K. Olszewski**, présentée par M. Debray.

« Ayant liquéfié l'oxygène d'une manière complète ([1]), nous avons essayé de liquéfier l'azote. Ce gaz, refroidi dans un tube de verre jusqu'à

([1]) *Voir* la Note précédente, *Comptes rendus*, séance du 16 avril 1883.

— 136°C. et soumis à la pression de 150^{atm} ne se liquéfie pas encore. Rien ne se laisse voir dans le tube.

» Si l'on fait une détente *brusque*, il y a dans tout le tube une ébullition tumultueuse. Elle peut être comparée seulement avec l'ébullition de l'acide carbonique liquide dans un tube de Natterer en verre, lorsqu'on plonge ce tube dans de l'eau chauffée à une température un peu supérieure à la température critique de l'acide carbonique. Mais, si l'on fait la détente lentement et si, en diminuant la pression, on ne dépasse pas la pression de 50^{atm}, l'azote se liquéfie d'une manière complète : le liquide présente alors un ménisque bien distinct et s'évapore très vite.

» Ainsi l'azote ne reste que quelques secondes dans l'état statique des liquides stables. Pour pouvoir le maintenir plus longtemps dans cet état, on devrait disposer d'une température inférieure au minimum que nous avons été en état d'obtenir jusqu'à présent par notre procédé. Nous nous sommes occupés de rechercher les moyens d'obtenir cette température.

» L'azote liquide est incolore et transparent comme l'oxygène et comme l'acide carbonique. »

M. **Debray** donne lecture d'une nouvelle dépêche qui lui a été adressée par M. Wroblewski le 21 avril.

« Oxyde de carbone liquéfié dans les mêmes conditions que l'azote. Ménisque visible. Liquide incolore. »

M. Debray ajoute :

« Ces expériences mettent bien en évidence l'influence du froid produit par la détente des gaz, que M. Cailletet a utilisé le premier pour la liquéfaction de ces corps. »

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur les apatites iodées*. Note de M. A. **Ditte**, présentée par M. Debray.

« J'ai montré dans de précédentes Notes que l'on peut former des apatites et des wagnérites, soit avec du chlore, soit avec du brome, dans des circonstances qui sont à très peu près identiques; les wagnérites se produisent en présence d'un grand excès du sel haloïde qu'elles renferment, et les apatites, qui proviennent parfois de la décomposition des premières par la matière en fusion, peuvent aussi prendre directement naissance dans des conditions d'ailleurs parfaitement définies. La formation de combinaisons iodées du même ordre s'accomplit théoriquement de la même manière; mais il se présente ici quelques difficultés particulières d'exécution.

» En général, la chaleur de formation d'un iodure métallique anhydre, à partir de ses éléments, est notablement inférieure à celle de l'oxyde correspondant; on a, par exemple :

$$\text{Ca} + \text{I solide} = \text{CaI solide} + 53^{\text{cal}},9; \quad \text{Ca} + \text{O} = \text{CaO} + 66^{\text{cal}},0,$$
$$\text{Zn} + \text{I} \;\text{»} = \text{ZnI} \;\text{»} + 24,6; \quad \text{Zn} + \text{O} = \text{ZnO} + 43,2,$$
$$\text{Pb} + \text{I} \;\text{»} = \text{PbI} \;\text{»} + 21,0; \quad \text{Pb} + \text{O} = \text{PbO} + 25,5.$$

» On en conclut, comme M. Berthelot l'a fait depuis longtemps, que l'iode des iodures anhydres est facilement déplacé par l'oxygène; d'autre part, les iodures cristallisés et hydratés se décomposent partiellement quand on les chauffe au contact de l'air, et comme on ne peut pas les fondre dans un courant d'acide iodhydrique, à cause de la facilité avec laquelle ce gaz se dissocie, il en résulte que, lorsqu'on essaye de porter un tel iodure jusqu'à sa température de fusion, même en évitant le contact de l'air, il se détruit en majeure partie, laissant à sa place un mélange d'oxyde ou d'oxy-iodure avec un peu d'iodure, qui même y disparaît presque totalement quand on maintient la masse au rouge sombre pendant quelque temps: aussi la formation de wagnérites de chaux ou de magnésie, par exemple, ne peut-elle être réalisée par la fusion de leurs éléments au sein d'un excès de l'iodure qui se détruit même avant de se liquéfier; on peut cependant obtenir ces composés, mais à l'aide d'un autre procédé sur lequel je reviendrai ultérieurement.

» Mais si les iodures métalliques purs ne peuvent pas en général éprouver la fusion ignée sans se décomposer, on peut tourner la difficulté en mettant à profit les observations de MM. Berthelot et Ilosvay. Ces savants ont en effet montré [*Sur les sels doubles préparés par fusion* (*Comptes rendus*, t. XCIV, p. 1487 et 1551)] qu'un certain nombre de systèmes formés par l'association ignée de deux sels peut présenter une chaleur de dissolution moindre que la somme de celle des composants, ce qui indique la formation de sels doubles; ces phénomènes, qu'on observe, par exemple, avec les chlorures de potassium et de magnésium, avec ceux de potassium et de calcium, avec les chlorure et bromure de baryum (*ibid.*, p. 1492), se produisent également, au moins avec certains iodures associés à un iodure alcalin. Ceux qui, dans les conditions de l'expérience, peuvent donner naissance à des iodures doubles formés avec dégagement de chaleur, se trouvent présenter ainsi un plus grand degré de stabilité que lorsqu'ils sont seuls, et tels d'entre eux qui se décomposent avec facilité quand

on les chauffe isolément peuvent être fondus sans altération notable avec de l'iodure de sodium; un tel mélange peut alors permettre la formation d'apatites quand on le fond, soit avec de l'acide vanadique, soit avec les phosphates ou les arséniates ammoniacaux.

» Cependant un nouvel embarras se présente encore, car les apatites sont décomposées par l'iodure alcalin en fusion, quand il ne renferme pas, à la température à laquelle on opère, une quantité minimum de l'iodure métallique, qui entre dans leur constitution; on obtient bien alors un sel cristallisé, mais c'est un phosphate, un arséniate ou un vanadate, ne retenant pas d'iode. On doit donc, en définitive, n'opérer que sur un mélange à proportions déterminées d'iodure alcalin et d'iodure métallique, éviter avec soin l'accès de l'oxygène atmosphérique et, enfin, ne maintenir la matière en fusion que pendant peu de temps, à cause de la volatilité des iodures. Même en observant ces précautions, on ne peut empêcher un dégagement d'iode pendant que l'on chauffe, mais cependant on obtient, sous la forme de cristaux très nets, des apatites iodées; en voici quelques exemples.

» Apatites de baryte. — *Iodophosphate* : $BaI, 3(3BaO, PhO^5)$. — On chauffe, pendant une heure environ, un mélange à poids égaux d'iodures de baryum et de sodium, avec un peu de phosphate d'ammoniaque; la masse, très lentement refroidie, puis lavée, laisse de beaux prismes hexagonaux terminés par des pyramides à six faces. Ces cristaux transparents, brillants et incolores, se dissolvent aisément dans les acides étendus.

» *Iodoarséniate* : $BaI, 3(3BaO, AsO^5)$. — On le prépare comme le précédent en substituant l'arséniate d'ammoniaque au phosphate. Il est, comme lui, ne beaux prismes incolores, hexagonaux, terminés par des pyramides à six pans.

» *Iodovanadate* : $BaI, 3(3BaO, VO^5)$. — Prismes hexagonaux, transparents, lourds, légèrement jaunes, qui se produisent quand on échauffe quelque temps de l'acide vanadique dans le mélange à parties égales d'iodures de baryum et de sodium.

» Apatites de strontiane. *Iodophosphate* : $SrI, 3(3SrO, PhO^5)$. — On l'obtient sous la forme de prismes hexagonaux, transparents, courts, terminés par deux pyramides, quand on fond un mélange d'iodures de strontium et de sodium avec un peu de phosphate d'ammoniaque; il faut chauffer peu de temps, sinon le sel s'altère, et si le poids d'iodure alcalin dépasse le double de celui d'iodure de strontium, on n'obtient plus que des cristaux du phosphate de strontium $PhO^5, 2SrO$.

» *Iodoarséniate ;* $SrI, 3(3SrO, AsO^5)$. — Il se produit dans les mêmes conditions que l'iodophosphate : ce sont des aiguilles blanches et fines terminées par des pyramides et mêlées à une matière amorphe qu'on sépare par lévigation ; si la proportion d'iodure alcalin est trop considérable, on n'a plus que des cristaux de l'arséniate $AsO^5, 2SrO$. Avec l'acide vanadique on obtient un *iodovanadate* analogue.

» Apatites de chaux. *Iodovanadate :* $CaI, 3(3CaO, VO^5)$. — Quand on fond de l'acide vanadique avec un mélange d'iodures de calcium et de sodium, il se forme toujours de la chaux ; cependant la masse lavée à l'eau, puis avec une solution de nitrate d'ammoniaque, laisse des cristaux transparents, incolores, dont la forme est toujours celle d'un prisme à six pans terminé par des pyramides à six faces. Avec l'arséniate d'ammoniaque on obtient, mais plus difficilement, un composé tout semblable.

» De même, quand on chauffe dans un excès d'iodure de sodium un mélange en proportions convenables d'iodure de plomb avec du phosphate ou de l'arséniate de ce métal, on peut en séparer des combinaisons iodées sous la forme de petits prismes transparents jaunes, et souvent groupés en faisceaux.

» On voit en résumé, par l'ensemble de ces recherches, que les apatites et les wagnérites forment des groupes bien définis de composés, présentant même composition et mêmes formes cristallines. Ces corps peuvent indifféremment contenir du chlore, du brome, de l'iode ou même du fluor ; ils prennent naissance par voie sèche dans des circonstances tout à fait analogues, et ce sont les mêmes règles générales qui président à leur décomposition. »

CHIMIE. — *De l'action de l'eau sur la chaux du Theil et de l'existence d'un nouveau composé hydraulique, le* pouzzo-portland ; par M. Ed. Landrin.

« J'ai montré, dans la dernière Communication que j'ai faite à l'Académie, que l'absorption de la chaux par la silice hydraulique tendait vers une limite exprimée par la formule $3SiO^2, 4CaO$, qui correspond à la composition suivante, en centièmes :

Silice.............	44,55
Chaux	55,45
	100,00

» J'appellerai ce composé *pouzzo-portland*, pour rappeler à la fois son origine et ses propriétés.

» Je vais, en effet, démontrer que ce composé est l'élément principal de tous les composés du Theil et qu'il peut être directement reproduit par la voie sèche dans des conditions identiques à celles qui accompagnent la production de tout bon portland.

» Si l'on traite de la chaux du Theil par de l'eau distillée exempte d'acide carbonique, 1^{gr} de chaux par 2^{lit} d'eau, et si l'on agite le mélange pendant dix à douze jours à l'aide d'appareils mécaniques, on arrive à dissoudre une partie des éléments de la chaux. La composition de la chaux du Theil, ramenée à 100, est alors la suivante :

Perte au rouge (eau et acide carbonique)............		4,40
Partie soluble dans l'eau..................	41,21	95,60
Partie insoluble dans l'eau................	54,39	
		100,00

et les solubles et insolubles dans l'eau sont constitués comme suit :

	Solubles.	Insolubles.	Total.
Silice.....................	4,70	21,70	26,40
Oxyde de fer et alumine.....	1,05	1,95	3,00
Chaux....................	35,10	30,06	65,16
Magnésie..................	0,36	0,68	1,04
	41,21	54,39	95,60

L'examen des chiffres relatifs à la partie de chaux soluble montre immédiatement que l'eau a séparé de la chaux du Theil : 1° un très grand excès de chaux libre évidemment destiné, dans la pratique, ou à se carbonater au contact de l'acide carbonique de l'air et de l'eau, en formant ainsi une enveloppe protectrice pour le mortier, ou bien à se dissoudre dans l'eau, si les conditions sont défavorables à la prise, c'est-à-dire si l'eau ne contient pas d'acide carbonique en quantité suffisante pour favoriser la carbonatation ou, si elle en contient trop, pour favoriser la production du bicarbonate de chaux soluble; 2° de l'aluminate de chaux soluble; 3° de la silice maintenue en solution à la faveur de l'alcali, silice qui pourra jouer à la longue un rôle analogue à celui que j'ai défini dans mes expériences sur la silice soluble de Graham.

» L'examen de la composition des insolubles est non moins intéressant. Si l'on admet, en effet, que l'alumine est combinée à la chaux, sous sa forme

la plus basique, ce qui est bien naturel en raison du grand excès de chaux contenu dans la chaux du Theil, les chiffres précédents peuvent être ainsi groupés :

Silice	21,70	Pouzzo-portland	48,58
Chaux	26,88		
Chaux (à l'état d'aluminate)	3,18	Aluminate de chaux	5,13
Alumine et oxyde de fer	1,95		
Magnésie			0,68
			54,39

» Si l'on se reporte, en effet, à la composition du pouzzo-portland, 21,70 de silice exigeraient, pour former ce composé, 27 de chaux, uombre aussi voisin que possible du nombre 26,88, qui correspond à l'analyse précédente. Les insolubles de la chaux du Theil sont donc formés de pouzzo-portland mélangé d'une faible quantité d'aluminate de chaux et de magnésie. De plus, ces insolubles, séchés au rouge sombre, ont la propriété de faire prise à nouveau et de durcir progressivement, comme le ferait le meilleur portland.

» Mais ce qu'il y a de plus singulier, c'est que ce pouzzo-portland prend directement naissance, sans excès de chaux libre, dans la cuisson de la chaux du Theil, probablement sous l'influence d'une surcuisson. MM. Pavin de Lafarge, qui exploitent les calcaires du Theil, ont, en effet, observé depuis longtemps qu'il se forme, dans la préparation de leur chaux, des grappiers qui ne s'éteignent pas dans l'eau et qu'il leur est ainsi facile de séparer au moment de l'extinction : ces grappiers sont susceptibles de donner un excellent ciment portland. Quoique j'aie analysé moi-même avec soin ces grappiers et ces ciments, je préfère ici donner l'analyse qui en a été faite au laboratoire des Ponts et Chaussées, par les soins de M. Hervé Mangon et de M. Durand-Claye :

Acide carbonique, eau et produits non dosés (1)			8,60
Silice	35,75	Pouzzo-portland	78,45
Chaux	42,70		
Chaux	7,40	Aluminate de chaux	11,95
Alumine et oxyde de fer	4,55		
Magnésie			1,00
			100,00

(1) *Notice sur les chaux éminemment hydrauliques de Lafarge*, 1878, chez P. Dupont. Je dois adresser ici mes remerciements à MM. Pavin de Lafarge, qui ont bien voulu mettre à ma disposition de nombreux échantillons.

» Le calcul précédent appliqué à ces résultats exigerait 44,4 de chaux au lieu de 42,70 ([1]) pour former avec les 35,75 de silice du pouzzo-portland. On peut donc bien encore conclure que le portland du Theil doit ses propriétés les plus essentielles à la présence du pouzzo-portland, puisque ce dernier entre pour les $\frac{8}{9}$ dans sa composition, en faisant abstraction de l'eau et de l'acide carbonique.

» Il me reste, en dernier lieu, à faire voir que ce même composé peut être obtenu par la voie sèche et qu'il peut durcir sans le concours de l'aluminate de chaux. Toutes les expériences que j'ai faites dans ce sens ont été conduites de la même manière : les mélanges sur lesquels j'ai opéré étaient introduits dans un creuset en charbon de cornue placé lui-même dans un creuset en terre réfractaire ; le tout était porté à la température du rouge blanc, dans un fourneau à vent chauffé au coke, pendant un temps variable suivant l'expérience. Le maximum de cuisson atteint, on laissait refroidir le creuset dans le fourneau même, et l'on examinait ensuite les produits de la cuisson. Sans insister sur le détail de mes expériences, sur lequel je reviendrai prochainement, je puis dire, dès maintenant, que les mélanges de chaux pure et de silice de diverses natures (silice hydraulique, silex pyromaque et même quartz), dans les proportions du pouzzo-portland, chauffés plus ou moins longtemps au rouge blanc, suivant la nature de la silice, pour amener la masse à consistance fondue, mais non vitrifiée, m'ont donné un pouzzo-portland artificiel dont les principaux caractères sont les suivants : 1° sous l'influence du refroidissement, il ne tarde pas, dans la plupart des cas, à se déliter et à tomber en poussière; 2° il est entièrement soluble dans l'acide chlorhydrique; 3° gâché avec la plus petite quantité d'eau possible et immergé dans l'eau, il fait prise, au bout de quinze à seize heures, mais en acquérant une dureté à peine égale à celle du blanc d'Espagne; 4° cette dureté devient en quelques heures semblable à celle des pierres les plus résistantes si l'on fait passer dans l'eau d'immersion un courant d'acide carbonique ou si l'on immerge directement le mortier dans l'eau chargée de ce gaz. »

([1]) La différence entre les deux nombres 44,4 et 42,7 serait encore atténuée si l'on avait pu calculer la chaux sous forme d'aluminoferrite de chaux, car l'équivalent du sesquioxyde de fer, étant plus élevé que celui de l'alumine, diminuerait forcément le résultat calculé, 44,4.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques dérivés phénoliques.* Note de M. L. **Henry**, présentée par M. Wurtz.

« J'ai eu l'occasion de former, dans le cours de mes dernières recherches, divers composés phénoliques. Je demande à l'Académie la permission de les faire connaître sommairement.

» 1. *Oxyde de phényléthyle monochloré* $(C^6H^5O)CH^2-CH^2Cl$. — Ce corps résulte de l'action du chlorobromure d'éthylène sur le phénate potassique, au sein de l'alcool (¹):

$$\begin{matrix} CH^2Cl \\ | \\ CH^2Br \end{matrix} + KOC^6H^5 = \begin{matrix} CH^2Cl \\ | \\ CH^2(OC^6H^5) \end{matrix} + KBr.$$

» La réaction est aisée et rapide; il suffit de chauffer pendant quelque temps le mélange au bain d'eau, dans un appareil à reflux; le rendement est fort avantageux; il ne se dégage qu'une faible quantité d'éthylène monochloré, et il ne se forme que fort peu de *phénol éthylénique* $C^2H^4(OC^6H^5)^2$, facile, d'ailleurs, à séparer par la distillation du produit principal.

» L'oxyde de phényléthyle monochloré constitue un beau corps solide, cristallisant après fusion, par refroidissement, en lamelles épaisses ayant la forme d'un hexagone allongé <____>, du système clinorhombique; il est parfaitement incolore et exhale une odeur phénolique agréable, analogue à celle de l'*éthylphénol* $C^6H^5(OC^2H^5)$ lui-même. Sa saveur est piquante.

» Il fond à 25° et bout sans décomposition, sous la pression de 754ᵐᵐ, à 221°. Il est totalement insoluble dans l'eau, aisément soluble dans l'alcool, l'éther, etc.

» Par le chaînon $\overset{}{\underset{|}{CH^2Cl}}$, il possède les propriétés des éthers haloïdes et fait aisément la double décomposition avec les composés métalliques et hydrogénés; sous l'action de la potasse alcoolique, il se transforme en dérivé éthyloxylé $C^2H^4 \left\langle \begin{matrix} OC^6H^5 \\ OC^2H^5 \end{matrix} \right.$.

» Le dérivé *bromé* correspondant $(C^6H^5O)CH^2-CH^2Br$ a été signalé, il y a peu de temps, et étudié par M. Weddige (²); il fond à 39° et bout entre 250° et 260°, en se décomposant partiellement.

(¹) Voir, dans les *Comptes rendus*, ma Note sur la *Différence d'aptitude réactionnelle des corps halogènes*, etc.

(²) *Journal für praktische Chemie*, t. XXIV, p. 242; 1881.

» Je rappellerai que j'ai fait connaître autrefois l'isomère du produit que je viens de décrire, l'*oxyde d'éthylphényle monochloré* $(C^2H^5O)C^6H^4Cl$, lequel résulte de l'action de $PhCl^5$ à chaud sur le *phénol éthylique* ([1]); celui-ci constitue un liquide bouillant vers 210°.

» 2. *Ethylène phényléthyloxylé* $(C^6H^5O)CH^2-CH^2(OC^2H^5)$. — Ce corps résulte, comme je viens de le dire, de l'action de la potasse alcoolique sur le composé précédent; la réaction ne se complète bien qu'en vase clos; e composé de M. Weddige réagit plus aisément.

» Ce corps constitue un liquide parfaitement limpide, d'une agréable odeur éthérée, ne rappelant que de loin celle des dérivés phénoliques; insoluble dans l'eau, sa densité à 11° est égale à 1,018. Il bout sans décomposition vers 230°.

» Ce composé s'obtient plus aisément à l'aide de l'oxyde de phényléthyle monobromé; il n'est pas nécessaire de chauffer en vase clos; mais ici la réaction est moins simple; outre le produit précédent, bouillant vers 230°, résultat de la substitution de OC^2H^5 à Br, il se produit, et en quantité notable, un composé liquide beaucoup plus volatil, bouillant vers 170°; ce corps, qui est tout à fait incolore et insoluble dans l'eau, est aussi insoluble dans la solution des alcalis caustiques: c'est un composé non saturé, car il s'ajoute vivement au brome. Cet ensemble de propriétés ([2]) me le fait regarder comme étant l'*éthylène oxyphénylique*

$$CH^2 = CH(OC^6H^5),$$

résultant de l'élimination de HBr sous l'action de la potasse caustique, des chaînons CH^2 et CH^2Br de l'oxyde de phényléthyle monobromé. N'ayant pas encore soumis à l'analyse ce composé, je n'en parlerai pas davantage pour le moment, me réservant d'y revenir plus tard.

» J'ai fait connaître autrefois le *phénol allylique* $C^6H^5-OC^3H^5$ ([3]) que, j'avais préparé dans le but d'en déduire le *composé propargylique* correspondant $C^6H^5-OC^3H^3$. Je ne suis pas parvenu à celui-ci par cette voie, les produits d'addition du brome à ce corps n'étant pas susceptibles d'être

---

([1]) *Bulletin de l'Académie de Bruxelles*, t. XXVIII, 1re série, p. 566; 1869.

([2]) L'éthylène éthyloxylé de M. Wislicenus bout à 35°, comme l'éthane éthyloxylé ou l'éther ordinaire.

L'éthane oxyphénylé $C^2H^3-(OC^6H^5)$ bout à 172°; l'analogie autorise à admettre que l'éthylène oxyphénylé $C^2H^3-O^6H^5$ possède le même point d'ébullition à peu près.

([3]) *Berichte der deutschen Chemischen Gesellschaft zu Berlin*, t. V, p. 455 (1872).

utilisés. L'emploi des éthers haloïdes allyliques chlorés et bromés m'ont donné de bons résultats.

» 3° *Oxyde de phénylallyle monobromé*

$$C^6H^5\text{-}OC^3H^4Br \quad \text{ou} \quad C^6H^5\text{-}(O\text{-}CH^2\text{-}CBr=CH^2).$$

— Le bromure d'allyle monobromé ($CH^2Br\text{-}CBr=CH^2$; ébullition, 142°), réagit aisément sur le phénate potassique dissous dans l'alcool. Il résulte de là le phénol allylique monobromé.

» Celui-ci constitue un liquide parfaitement limpide et incolore, mais jaunissant à la longue, d'une très faible odeur phénolique, d'une saveur amère et piquante, insoluble et plus dense que l'eau. Sa densité à 11° est 1,4028. Il bout en se décomposant légèrement vers 240°.

» 4° *Oxyde de phénylpropargyle* ($C^6H^5-OC^3H^3$) ou *phénol propargylique*. — Ce corps résulte de l'action de la potasse en solution alcoolique sur le précédent; la précipitation du bromure de potassium est rapide et complète après quelque temps de chauffe au bain d'eau.

» C'est un liquide incolore, brunissant à la longue, d'une faible odeur propargylique, d'une saveur à la fois douce et piquante; insoluble dans l'eau. Sa densité à 6° est égale à 1,246. Il bout au delà de 200°, vers 210°, mais sans point bien fixe, et en s'altérant; il est probable qu'une partie du produit se polymérise en formant des produits peu volatils.

» Il présente les propriétés ordinaires des composés propargyliques, en tant que composés non saturés et composés acétyléniques proprement dits.

» Les composés signalés dans cette Note ont été analysés. »

PALÉONTOLOGIE. — *Échinides jurassiques de l'Algérie*. Note de M. Cotteau, présentée par M. A.-Milne Edwards.

« Les terrains jurassiques les plus anciens se montrent, en Algérie, dans les montagnes du Tell. Presque tous les étages s'y trouvent représentés, mais ils sont encore peu connus. Très pauvres en fossiles, le plus souvent transformés et devenus cristallins au contact des roches primitives et éruptives, ils sont par cela même très difficiles à distinguer.

» Les terrains jurassiques des hauts-plateaux, plus spécialement étudiés par M. Peron, font partie de l'étage corallien supérieur et de l'étage kimméridgien. Ils se rapprochent beaucoup, par l'ensemble de leur faune, de certains gisements du continent français, notamment des falaises d'An-

goulins (Charente-Inférieure) et des calcaires blancs de Tonnerre (Yonne). Ces couches offrent, sur certains points, une grande quantité d'Echinides très intéressants, les uns déjà connus et existant en Europe, les autres formant des espèces nouvelles ([1]).

» Le premier gisement se trouve près de l'oasis de Chellalah et du Ksar Zuerguin, dans la région des steppes de la province d'Alger, aux confins de celle d'Oran. C'est le gisement le plus considérable : les couches coralliennes constituent une série de hautes collines qui se prolongent vers l'ouest et le nord-ouest. Un escarpement situé au nord du Ksar Zuerguin présente une épaisseur de 87^m, sans qu'il soit possible de distinguer plusieurs étages dans cet ensemble, et, malgré la présence d'une brèche qui pourrait indiquer une interruption sédimentaire, il faut sans hésiter rapporter, au moins provisoirement, ce puissant massif à l'étage corallien.

» A 200^{km} environ de l'oasis de Chellalah, dans les régions méridionales du cercle de Bou-Saada, se rencontrent deux autres gisements du terrain corallien, remarquables par l'abondance et la belle conservation des fossiles qu'on y a recueillis, celui de Djebel-Seba qui forme la partie centrale d'un pic étroit et aigu situé dans la plaine du Liamoun, au fond d'une vallée longue et étroite resserrée par deux crêtes rocheuses, et le gisement plus intéressant encore de Makta-Liamoun, qui n'est sans doute que le prolongement de celui de Djebel-Seba, bien qu'il ne se trouve pas sur la même direction.

» A l'extrémité sud des provinces d'Alger et d'Oran, on peut observer encore de nombreux affleurements du terrain jurassique supérieur.

» Les recherches de M. Le Mesle et de M. le commandant Durand ont fait particulièrement connaître ces gisements qui représentent non seulement le terrain corallien, mais probablement aussi l'étage kimméridgien et renferment, notamment dans les environs de Géryville, de nombreux et magnifiques Oursins munis encore de tous leurs radioles.

» Les Échinides recueillis dans l'ensemble des terrains jurassiques de l'Algérie sont au nombre de quarante-sept. Une seule espèce est oxfordienne, *Collyrites friburgensis;* trente-sept espèces caractérisent l'étage corallien supérieur; neuf espèces occupent, aux environs de Géryville, un niveau plus élevé et paraissent appartenir à l'étage kimméridgien.

» Sur les quarante-sept espèces du terrain jurassique de l'Algérie, vingt-

---

([1]) Cotteau, Peron et Gauthier, *Echinides fossiles de l'Algérie;* 1er Fascicule : *Terrains jurassiques*. G. Masson, 1883.

huit se rencontrent en Europe, presque toujours aux mêmes niveaux stratigraphiques. Ces espèces, dont quelques-unes sont très abondamment répandues, démontrent d'une manière positive les rapports qui existaient entre les mers jurassiques européennes et celles qui recouvraient l'Afrique, et nous prouvent que, dans ces régions éloignées, la vie se développait sous des influences et dans des conditions à peu près identiques. Parmi les espèces les plus communes et les plus caractéristiques, nous indiquerons l'*Holectypus corallinus*, le *Pygaster Gresslyi*, les *Cidaris marginata* et *carinifera*, les *Hemicidaris Agassizii* et *stramonium*, le *Pseudocidaris rupellensis*, l'*Acrocidaris nobilis*, le *Pseudodiadema planissimum*, le *Glypticus hieroglyphicus*, etc. Déjà, en décrivant les Échinides des terrains crétacés, nous avons insisté sur les espèces identiques qui existaient entre l'Europe et l'Algérie et rattachaient les deux contrées l'une à l'autre, mais la proportion des espèces communes était beaucoup moins considérable alors qu'à l'époque jurassique.

» Parmi les espèces nouvelles propres au terrain jurassique de l'Algérie, quelques-unes méritent d'être signalées au point de vue zoologique. Nous citerons deux *Pygurus*, *Pygurus Durandi* et *geryvillensis*, qui se distinguent nettement par leurs caractères des nombreux *Pygurus* qu'on rencontre dans le terrain jurassique de la France; le *Rhabdocidaris Durandi*, si remarquable par ses radioles très longs, grêles, ne s'élargissant pas à l'extrémité, finement granuleux, bordés de chaque côté par une rangée d'épines espacées, régulièrement alignées; le *Pseudocidaris Durandi* qu'on rencontre à Géryville en assez grande abondance, étalé sur la roche, muni de tous ses radioles variant de forme et de taille suivant la place qu'ils occupent sur le test; à la face supérieure, ils sont courts et subfusiformes; au pourtour, ils atteignent $0^{m},050$ de longueur et montrent, immédiatement au-dessus de la collerette, un léger renflement; à la partie inférieure du test, aux approches du péristome, le renflement s'atténue, s'efface presque complètement et le radiole devient cylindrique.

» Parmi les espèces déjà connues, nous mentionnerons l'*Hemicidaris stramonium*, qui caractérise le terrain jurassique supérieur de la Suisse et de l'est de la France. L'espèce n'est pas rare à Géryville, où M. Durand a recueilli un superbe exemplaire garni de tous ses radioles et remarquable par sa grande taille. Cet échantillon est dégagé, de manière qu'on peut voir à la fois les radioles de la face supérieure et ceux qui se rapprochent du péristome, et constater les modifications qu'ils éprouvent dans leur forme et leur taille.

» Notons encore une espèce bien curieuse, connue seulement par ses

radioles, le *Pseudocidaris rupellensis*, très rare dans les calcaires coralliens de la Rochelle, mais beaucoup plus commun dans les mêmes couches, au bivouac de Djebel-Seba. Ses radioles sont de grande taille, trapus, très inégalement anguleux, aplatis tantôt sur un point, tantôt sur un autre. Il est probable que cette forme étrange, et que nous ne connaissons chez aucun autre Echinide, provient de ce que le test de cette espèce était relativement de petite taille, les tubercules médiocrement développés, et que les radioles rapprochés, pressés les uns contre les autres, ont été plus ou moins gênés dans leur croissance, et qu'il en est résulté cet aplatissement irrégulier et si caractéristique qu'offrent tous les individus, sur un ou plusieurs de leurs côtés. »

GÉOLOGIE. — *Boules argileuses de Macaluba*. Note de M. Ch. Contejean, présentée par M. Hébert.

« La présente Note a pour objet de signaler de singulières choses roulées que je n'ai trouvées décrites nulle part, et que je n'avais jamais eu l'occasion de rencontrer dans le cours de ma carrière, déjà longue, de botaniste et de géologue.

» Le 28 septembre dernier, accompagné de M. le professeur Fr. Terrachini, qui avait bien voulu me servir de guide, je visitai le volcan de boue du Macaluba, près de Girgenti. Au retour, nous nous détournâmes quelque peu, dans la direction du nord-est, pour aboutir à la grande route, à 1^{km} environ au nord de la station d'Aragona, cheminant à travers champs dans une contrée sillonnée de nombreux ravins, profondément creusés dans la marne miocène. A peu de distance du Macaluba, le lit desséché d'un de ces ravins était couvert d'alluvions nivelées, consistant en boue, en sables et menus débris, et en traînées de boules d'argile parfaitement sphériques, évidemment charriées par les eaux. Elles étaient en très grand nombre et de toutes dimensions : les plus volumineuses, comparables à des boulets de canon; les moyennes, à des billes de billard; les plus petites, aux billes de pierre avec lesquelles jouent les enfants. Je ramassai quelques-unes de ces dernières pour les examiner plus à loisir. Elles sont formées d'une argile grise très grossière, toute lardée de petits cristaux de gypse, fortement chargée de calcaire et faisant une vive effervescence avec les acides. Au lieu de se montrer lisse et unie comme celle des cailloux roulés, leur surface est corrodée, raboteuse et toute hérissée d'aspérités provenant de la saillie des parcelles gypseuses. Plongées dans l'eau, ces boules s'imbibent

peu à peu, mais assez difficilement, et se laissent délayer par couches successives, sans s'écraser entre les doigts; elles donnent alors une boue argileuse en suspension et déposent un précipité sableux, presque entièrement composé de petits cristaux et de petits rognons de gypse. Elles se fendillent quelquefois par la sécheresse, mais ne s'écaillent point en feuillets concentriques. M. Terrachini, qui est allé récemment au Macaluba dans le but de recueillir quelques-unes de ces boules, n'en a plus trouvé aucune. Mon savant ami pense qu'elles proviennent de noyaux ou fragments très compacts, qui se détachent de la masse argileuse profondément crevassée et morcelée par les chaleurs de l'été, et qui sont émoussés, arrondis et quelque peu entraînés par les pluies du commencement de l'automne, et finalement dissous et détruits par les grandes pluies de l'hiver. »

PHYSIOLOGIE. — *La perception du blanc et des couleurs complexes.* Note de M. **Aug. Charpentier**, présentée par M. Vulpian.

« J'ai montré dans ma dernière Note (9 avril) que la notion de couleur, au point de vue physiologique, peut se réduire à la perception d'une différence de clarté entre l'objet coloré et un fond blanc sur lequel il se détache. Je rappelle, d'après mes travaux précédents, que tous les rayons spectraux sont capables de produire par eux-mêmes ce fond incolore et que celui-ci dépasse légèrement les bords de l'image rétinienne.

» J'ai dressé, en m'appuyant sur ces faits, des courbes reproduisant les résultats de mes expériences, courbes dont j'ai l'honneur de présenter un spécimen à l'Académie. Les abscisses représentent l'intensité lumineuse du fond, les ordonnées sont proportionnelles à la quantité de lumière colorée supplémentaire qu'il a fallu donner à l'objet (carré de 7 millimètres) pour le faire distiuguer du fond. Ces ordonnées ont été réduites à une unité commune : on a choisi pour unité, quelle que fût la couleur employée, l'éclairement minimum susceptible de produire une sensation lumineuse dans l'obscurité, après adaptation de l'œil à cette obscurité. La détermination de ce minimum est le point important et délicat de l'expérience. C'est cette condition qui m'a forcé à opérer avec des couleurs de transmission plutôt qu'avec des couleurs spectrales. J'ai pu néanmoins, en me servant de verres colorés différemment associés, obtenir des couleurs pures ou du moins ne contenant qu'une seule région limitée du spectre.

» Ainsi, un verre rouge m'a donné une longueur d'onde moyenne de $0^{\mu},660$.

» Pour le jaune, je l'ai eu pur et suffisamment constant par la combustion d'un sel de sodium dans un brûleur de Bunsen, opérée avec certaines précautions. Longueur d'onde, $0^{\mu},590$.

» Deux verres verts associés m'ont donné une lumière correspondant aux environs de la raie E, et comprenant des longueurs d'onde entre $0^{\mu},545$ et $0^{\mu},520$; lumière par conséquent franchement verte. Région moyenne, $0^{\mu},532$.

» Deux autres verres convenablement choisis m'ont donné une lumière bleu pur, comprise entre des longueurs d'onde de $0^{\mu},480$ et $0^{\mu},440$. Région moyenne, $0^{\mu},460$.

» On voit, sur mes tracés, les courbes correspondant aux quatre couleurs employées s'incliner sur la ligne des abscisses d'une façon différente suivant l'ordre de réfrangibilité de ces couleurs; le rouge a la courbe la plus inclinée, et par conséquent c'est pour cette couleur que la sensibilité différencielle est la plus délicate par rapport au blanc; puis viennent, comme je l'ai indiqué, le rouge, le vert et enfin le bleu.

» Ces figures montrent en outre un fait nouveau : si l'on détermine suivant les mêmes principes la sensibilité différencielle de la *lumière blanche*, on trouve que cette sensibilité est intermédiaire entre celle du jaune et celle du vert; la courbe du blanc partage donc les couleurs en deux groupes, le bleu et le vert d'un côté, le rouge et le jaune de l'autre.

» Or, les premières correspondent à ce que les peintres appellent les *couleurs froides*, les secondes sont les *couleurs chaudes*.

» Cette division est nette et constante, elle se retrouve dans toutes mes expériences.

» Il y a donc lieu d'établir deux groupes bien tranchés dans la série des couleurs, au point de vue de leur perception. Les unes, couleurs chaudes, sont distinguées d'un fond incolore plus facilement que le blanc; les autres, couleurs froides, s'en distinguent plus difficilement.

» Il est curieux de voir que les artistes, bons juges en fait de sensations, ont devancé sur ce point, depuis longtemps, l'analyse physiologique; cela montre, semble-t-il, que l'on a fait fausse route en s'obstinant à rechercher un petit nombre de sensations chromatiques *spécifiques* à l'aide desquelles il serait facile de reconstituer toutes les autres.

» Y a-t-il, au sens physiologique, comme le veut Helmholtz, trois couleurs simples, et trois seules? Je ne connais aucune preuve directe qui l'ait établi jusqu'ici. Quant aux preuves indirectes, surtout celles qui sont d'ordre pathologique, elles sont discutables et insuffisantes. On pourrait

sans inconvénient admettre, comme Léonard de Vinci, quatre couleurs franchement distinctes, et que tout le monde, en réalité, retrouve au fond de ses sensations chromatiques : le bleu, le vert, le jaune et le rouge. Cette conception suffit en pratique; mais il semble plus probable que chacun des deux groupes établis plus haut contient une série continue de tons distincts. . . . .

» Quant aux couleurs complexes, j'ai fait à leur sujet un petit nombre d'expériences, qui ont donné le résultat suivant : la courbe représentant leur sensibilité différencielle n'a pas la même forme que celle des couleurs simples, elle est plus irrégulière, plus inclinée ou moins inclinée suivant les cas que les courbes de ces dernières, dont elle finit par couper une ou plusieurs. Cela signifie, et le fait est facile à vérifier directement, que le ton dominant de ces couleurs *varie suivant leur intensité lumineuse*. Ainsi, un vert jaunâtre a commencé à suivre la courbe du vert, mais bientôt sa courbe s'est inclinée vers celle du jaune, qu'elle a rejointe en coupant celle du blanc; d'autres couleurs, rose, bleu sale, etc., ont montré des irrégularités analogues. Les courbes des lumières artificielles plus ou moins jaunâtres (lampe Carcel), bien que situées, comme celle du blanc, entre le vert et le jaune, paraissent plus rapprochées de cette dernière couleur.

» Ces expériences seront reprises et complétées; on s'efforcera d'étudier la série des couleurs spectrales, et surtout de déterminer les conditions physiologiques de la production des couleurs complémentaires [1]. »

PHYSIOLOGIE. — *Sur les fonctions des appendices pyloriques*. Note de M. **Raphaël Blanchard**, présentée par M. Paul Bert [2].

« Chez un grand nombre de Poissons osseux et chez certains Ganoïdes (Esturgeons), la première portion de l'intestin présente, dans la région qui confine à l'estomac, un nombre plus ou moins considérable d'organes tubuleux, auxquels Cuvier appliquait jadis le nom de *cæcums*, et que l'on connaît mieux à présent sous le nom d'*appendices pyloriques*.

» Les fonctions de ces glandes n'ont point encore été élucidées d'une façon satisfaisante; non que les auteurs se soient désintéressés de leur étude, mais on avait négligé jusqu'à ce jour de les soumettre à une expérimentation rigoureuse.

---

[1] Travail du laboratoire de Physique médicale de la Faculté de Nancy.

[2] Travail du laboratoire de Physiologie maritime du Havre, dirigé par M. Paul Bert.

» Les opinions les plus diverses ont été émises relativement à leur nature : Schellhammer (1707), Rathke (1837), Meckel, et tout récemment L. Edinger (1876), ont voulu y voir des organes d'absorption. C'est encore à cet avis que finit par se ranger Krukenberg (1882), après avoir proclamé (1878) que tantôt ils remplaçaient le pancréas et tantôt ils ne produisaient qu'une simple sécrétion muqueuse. La suite de cette Note montrera combien une semblable opinion est erronée.

» Le doyen des naturalistes français, M. H.-Milne Edwards, considérant que les appendices pyloriques occupent, chez les Téléostéens, la même situation que les glandes de Lieberkühn, et que, comme elles, ce sont de simples glandes en tube, voulut établir un rapprochement entre ces deux sortes d'organes ([1]), et M. E. Moreau s'est à son tour institué récemment le champion de cette idée ([2]). A part ce fait que les appendices pyloriques sont des tubes notablement plus volumineux que les glandes de Lieberkühn, caractère tout secondaire, l'analogie est en effet frappante, si l'on s'en tient aux seules comparaisons anatomiques; mais nous verrons qu'elle ne saurait se poursuivre sur le terrain physiologique.

» Enfin, un certain nombre d'auteurs, se fondant sur ce que le pancréas fait défaut chez les poissons osseux, ont pensé que les appendices pyloriques n'avaient d'autre but que de le suppléer. Cette manière de voir trouva de nombreux défenseurs, jusqu'au jour où le P. Legouis, à la suite de patientes recherches, vint démontrer l'existence d'un pancréas formé d'îlots le plus souvent fort ténus et disséminés dans tous les points du mésentère. A la suite de ces observations, les avis se partagèrent, et l'on adopta l'une ou l'autre des opinions rapportées plus haut.

» En face d'une pareille confusion, il devenait nécessaire d'entreprendre l'étude des appendices pyloriques avec toute la rigueur que comportent les méthodes actuelles.

» Krukenberg, comme nous l'avons dit, s'était déjà préoccupé de cette question ([3]). Les observations faites sur un grand nombre d'espèces l'ame-

---

([1]) H.-Milne Edwards, *Leçons sur la Physiologie et l'Anatomie comparée*, t. VI, p. 408.

([2]) E. Moreau, *Les Poissons de la France*, t. I, p. 117.

([3]) C.-Fr.-W. Krukenberg, *Versuche zur vergleichenden Physiologie der Verdauung mit besonderer Berücksichtigung der Verhaeltnisse bei den Fischen* (*Untersuchungen aus dem physiologischen Institute der Universitaet Heildelberg*, t. I, p. 327-340, 1878). — Id., *Vergleichend-physiologische Beitraege zur Kenntniss der Verdauungsvorgaenge* (*ibid.*, t. II, p. 1-45; 1878). — Id., *Zur Verdauung bei den Fischen* (*ibid.*, t. II, p. 385-401; 1882).

nèrent aux résultats les plus invraisemblables; le résumé suivant en donnera une idée exacte.

» Suivant lui, les appendices pyloriques produiraient tout à la fois de la diastase, de la pepsine et de la trypsine chez *Acipenser sturio, Motella tricirrhata* et *Lophius piscatorius;* ils produiraient de la pepsine et de la trypsine chez *Trachinus draco, Scorpæna scrofa* et *Zeus faber;* de la pepsine, mais non de la trypsine, chez *Umbrina cirrhosa, Uranoscopus scaber* et *Chrysophrys aurata;* de la trypsine et de la diastase, mais non de la pepsine, chez *Dentex vulgaris;* de la trypsine, sans pepsine ni diastase, chez *Alosa finta* et *Trigla hirundo.*

» Après avoir constaté une aussi grande variation dans l'action digestive exercée par ces organes, Krukenberg croit pouvoir conclure que leur rôle n'est point de modifier les aliments, mais bien d'absorber les produits élaborés à leurs dépens. Mais cette opinion semble déjà, *a priori,* difficilement soutenable : d'abord, parce que les aliments, en arrivant au niveau des appendices pyloriques, n'ont encore subi que l'action du suc gastrique, ensuite parce que la muqueuse intestinale est abondamment pourvue de villosités délicates qui sont la véritable voie de l'absorption.

» Des expériences récentes nous ont montré du reste que, loin d'être variable et inconstant comme l'admet Krukenberg, le rôle des appendices pyloriques est au contraire des plus précis. Nos observations n'ont porté que sur dix espèces, mais chaque expérience a été répétée plusieurs fois, et, à part des variations tenant à des causes d'erreur bien déterminées, nos résultats ont toujours été concordants. Nous avons étudié *Alosa finta,* parmi les Malacoptérygiens abdominaux; *Merlangus pollachius, Merlucius vulgaris* et *Gadus luscus,* parmi les Anacanthines; *Trachinus draco, Trigla pini, Trigla corax, Trigla lineata, Trachurus trachurus* et *Zeus faber,* parmi les Acanthoptères.

» Le suc sécrété par les appendices pyloriques est alcalin.

» Chez toutes les espèces que nous avons citées plus haut, nous avons toujours noté une rapide et énergique transformation de l'amidon cuit en glycose, aussi bien à la température ambiante (environ 12°) qu'à une température de 38°. Il nous a paru en outre que la transformation était plus rapide et plus complète à chaud qu'à froid, ce qui vient à l'appui de ce que nous faisions pressentir dans une Note précédente ([1]), à savoir que, s'ils

([1]) R. Blanchard, *Sur les onctions de la glande digitiforme ou superanale des Plagiostomes* (*Comptes rendus,* t. XCV, p. 1005, 20 novembre 1882).

ne sont point identiques à ceux des Vertébrés supérieurs, les ferments digestifs des Poissons se comportent du moins de la même façon qu'eux en présence de la chaleur. Quant à l'amidon crû, nous l'avons vu se digérer à chaud chez *Merlucius vulgaris* et *Trachinus draco*, mais non chez *Zeus faber*, à froid chez *Gadus luscus*, mais non chez *Trachurus trachurus*. Quoi qu'il en soit de ces différences légères, si l'on considère que nos expériences avec l'amidon cuit, au nombre de dix-neuf, ont *toutes* donné un résultat identique, on sera en droit de conclure que les appendices pyloriques produisent de la diastase.

» Pour rechercher l'action sur les substances albuminoïdes, nous avons eu recours au blanc d'œuf cuit et à la fibrine gélifiée par 2 à 3 pour 100 d'acide chlorhydrique. En solution alcaline, le suc des appendices pyloriques a toujours donné lieu à une production de peptones : ces appendices élaborent donc aussi un ferment tryptique. Mais ce ferment possède la curieuse faculté d'agir presque aussi énergiquement dans un milieu neutre que dans un milieu alcalin; il peut même parfois continuer son action dans un milieu faiblement acide.

» Faut-il, dans les cas de ce genre, conclure avec Krukenberg que nous avons affaire à un suc renfermant trois ferments divers agissant sur les albuminoïdes? Nous ne le pensons point, car les recherches récentes de Physiologie comparée nous ont fait connaître, notamment chez les Invertébrés, des ferments digestifs dont l'action ne semble pas influencée par la réaction du milieu.

» En somme, les appendices pyloriques digèrent énergiquement l'amidon cuit, plus faiblement l'amidon crû, et transforment les albuminoïdes. A cela se borne leur action : ils ne sont donc que des représentants imparfaits du pancréas, puisqu'une importante fonction de cet organe, l'émulsion et le dédoublement des graisses, ne leur est point dévolue. »

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Sur la morsure de la sangsue*. Note de M. G. Carlet, présentée par M. Paul Bert.

« Dans une première Note ([1]), j'ai montré que la *fixation* de la ventouse antérieure de la sangsue s'effectuait tout autrement qu'on ne l'avait supposé jusqu'alors.

» Le procédé par lequel s'accomplit la *morsure* n'est aussi que très incom-

([1]) *Comptes rendus* du 12 février 1883.

plètement connu : on sait simplement que cette opération se fait au moyen de trois mâchoires denticulées dont l'anatomie seule a été bien étudiée.

» Aussitôt après la fixation, la partie antérieure du corps de la sangsue se redresse brusquement, de façon à simuler un sabot de cheval posé sur le sol. Cette position, qui précède immédiatement la morsure, est obtenue par la contraction des fibres musculaires longitudinales de la partie relevée, qui sert alors de point d'appui aux muscles des mâchoires. Dès que ceux-ci entrent en action, on les voit s'accuser par trois saillies, puis trois dépressions, qui se succèdent avec un synchronisme parfait, suivant qu'il y a contraction ou relâchement. Ces mouvements peuvent être perçus directement, en comprimant légèrement la région pharyngienne entre deux doigts; j'ai même pu les enregistrer et j'ai vu ainsi qu'ils se succèdent, sans repos intermédiaire, à raison de deux contractions par seconde.

» Pour étudier la façon dont s'effectue la morsure, j'ai appliqué des sangsues sur la peau rasée d'un lapin convenablement fixé, en ayant soin de les détacher à divers moments.

» 1° Si l'on soulève, avec précaution, au moyen d'un petit crochet, un point du pourtour de la ventouse, dès que la partie qui la surmonte s'est redressée en forme de pied de cheval, on voit que la peau s'est soulevée en mamelon et, si l'on enlève complètement la sangsue, on peut vérifier que ce mamelon n'a subi encore aucune atteinte. C'est là une phase qu'on peut appeler *période préliminaire de la morsure*, et qui n'a aucun rapport sur la fixation; car, si l'on fait progresser une sangsue sur une feuille de papier très mince, on n'aperçoit par-dessous aucun enfoncement de papier correspondant à la fixation des ventouses.

» 2° Si l'on détache la sangsue *aussitôt après* que les mouvements de la région pharyngienne ont donné le signal de l'action des mâchoires, on trouve, sur la peau, trois incisions linéaires équidistantes et ne se rencontrant pas.

» 3° Si le détachement de la sangsue a lieu *quelques instants après* le début de la morsure, on observe trois déchirures figurant un trèfle dont les folioles ne se rencontrent pas. Si, à ce même moment, au lieu de détacher la sangsue, on la sectionne d'un coup de ciseaux dans la région œsophagienne, elle ne cesse pas de mordre, comme on peut s'en assurer à l'inspection des mouvements du pharynx; mais on n'observe encore aucun écoulement de sang par l'orifice œsophagien.

» 4° Si, sur ce tronçon de sangsue qui continue à mordre, on attend

que le sang s'échappe par la section de l'œsophage et qu'on détache alors le tronçon, on voit que les trois folioles du trèfle se sont rejointes au centre, de façon à former, par le retrait des lambeaux de la peau, une blessure ayant la forme d'un triangle dont les trois médianes correspondent aux trois mâchoires.

» 5° On peut quelquefois, sur une sangsue en train de mordre, soulever une portion assez étendue de la ventouse pour pouvoir observer facilement le mouvement des mâchoires. On voit alors celles-ci *s'écarter* l'une de l'autre, en même temps qu'elles *s'enfoncent* dans la blessure, puis *se rapprocher* en même temps qu'elles *se relèvent*.

» En résumé, les denticules des mâchoires ne sont pas assez fortes pour produire, d'un seul coup, une blessure qui donne lieu à un *écoulement* de sang, et elles agissent à plusieurs reprises. Que l'on imagine un scarificateur à trois lames dentées et équidistantes, qui s'écarteraient l'une de l'autre en même temps qu'elles s'enfonceraient dans la peau. En faisant fonctionner l'instrument plusieurs fois de suite à la même place, on aura une idée assez exacte de l'armature pharyngienne et du mécanisme de la morsure de la sangsue. »

MÉDECINE. — *Etude comparative des bactéries de la lèpre et de la tuberculose* [1]. Note de M. V. BABES, présentée par M. Vulpian.

« Le grand mérite de M. Cohn et de M. Koch est d'avoir affirmé et en partie démontré que les bactéries qui engendrent certaines maladies forment des espèces naturelles différentes. Ainsi, dans son remarquable travail sur la bactérie de la tuberculose, M. Koch, insistant sur les analogies de forme et de réactions vis-à-vis de certaines substances colorantes, que présente ce bacille avec celui de la lèpre, indique cependant les différences suivantes entre ces deux bactéries : 1° le bacille de la tuberculose ne serait pas coloré par les procédés simples avec les couleurs d'aniline, tandis que celui de la lèpre le serait; 2° le bacille de la lèpre serait plus délié que celui de la tuberculose; l'épaisseur de ce dernier serait uniforme et il ne présenterait pas, comme celui de la lèpre, des extrémités effilées.

[1] Travail du laboratoire d'Anatomie pathologique de la Faculté de Médecine.

» Plus tard on constata que la bactérie de la lèpre se colorait par la méthode d'Ehrlich comme celle de la tuberculose.

» Sans revenir sur les nombreuses publications qui ont été faites sur ces organismes, je me contente de mentionner que Lichtheim a prétendu que le bacille tuberculeux se colorait par l'action du violet d'aniline, mêlé avec l'acide phénique. Spina soutient qu'il se colore par les couleurs simples d'aniline.

» Les travaux qui concernent ce sujet, publiés un peu hâtivement, n'ont pas servi à élucider tous les points de la question : c'est ce qui nous a engagé à contrôler les expériences et à les compléter.

» Pour la lèpre, nos études ont porté sur des tubercules cutanés, sur des parties mortifiées de phalanges, prises sur quatre sujets vivants et, dans quatre cas, sur des portions de viscères provenant de l'autopsie de lépreux.

» Pour la tuberculose, nous avons examiné les organes dans trente autopsies; nous avons étudié des crachats et l'urine de tuberculeux et, dans quelques cas, les lésions articulaires et ganglionnaires à la suite d'opérations chirurgicales. Les tissus, enlevés le plus tôt possible après la mort, ont été étudiés tout de suite ou durcis dans l'alcool ou le liquide de Müller, coupés au moyen du microtome de Thoma, et traités par les méthodes que nous allons indiquer. Je réserve, pour de prochaines publications, la morphologie et la topographie des bactéries dans les tissus et les organes et je me borne à préciser comparativement quelques-unes de leurs réactions vis-à-vis des agents colorants.

» Nous verrons que les propriétés différentielles entre ces bactéries, indiquées par M. Koch, n'existent pas : mais il y a d'autres différences caractéristiques entre ces deux bacilles, portant sur la réaction chimique ou moléculaire, sur la forme et surtout sur la disposition dans les tissus.

» 1° Sur les *préparations fraîches*, sur celles qui ont été traitées par une solution très faible de potasse ou enfin sur les coupes colorées à l'aide de la méthode d'Ehrlich, puis laissées peu de temps dans l'alcool et enfin conservées dans l'acétate de potasse, les bactéries des deux maladies présentent des dimensions un peu plus grandes, mais des formes moins précises que dans les préparations déshydratées; en revanche, cette méthode laisse reconnaître des détails de structure invisibles sur les préparations déshydratées.

» 2° Le bacille de la tuberculose ne se colore que par un nombre très

limité de *couleurs d'aniline, à l'aide des méthodes simples*. Ce sont surtout — j'énumérerai toujours par ordre de valeur — le violet 1 B, le violet gentiane, le violet de Poirier 170, 5 B et 300. Mais, même après une coloration énergique de la préparation, les bactéries ne sont pas toujours colorées. Parmi les méthodes simples, la meilleure semble être la suivante : Dans une solution aqueuse saturée, préparée à chaud, de violet 1 B, on laisse les coupes vingt-quatre heures, on décolore rapidement dans l'acide nitrique au quart et l'on monte dans le baume de Canada. Ainsi, pour les liquides surtout, on obtient des préparations démonstratives, dans lesquelles les bactéries de la tuberculose sont colorées en rouge violet et les autres éléments en bleu. Le bacille de la lèpre ne se colore pas seulement par les méthodes simples que nous venons d'indiquer, mais encore par d'autres qui ne colorent pas la bactérie tuberculeuse. Ces couleurs sont le rouge et le violet de fuchsine, la rosaniline, le bleu de méthylène, l'éosine. Pour démontrer la différence qui existe entre les bactéries de la tuberculose et celles de la lèpre, il suffit de traiter, pendant vingt-quatre heures, par une solution très concentrée de fuchsine basique et de décolorer ensuite par l'alcool ou par un acide et de monter dans le baume. D'après ce procédé le bacille de la tuberculose reste décoloré, tandis que la bactérie lépreuse fixe la couleur rouge.

» 3° *Méthodes compliquées* de Koch, d'Ehrlich, de Weigert, de Ziel, etc. Voici celles qui me sont personnelles. Je fais une solution d'huile d'aniline plus concentrée que celle d'Ehrlich ; je fais chauffer l'huile et l'eau avant de filtrer et j'ajoute $\frac{5}{100}$ d'alcool absolu et $\frac{5}{100}$ d'une solution très concentrée de méthyle violet 1B ou de fuchsine alcoolique. A ces matières colorantes je substitue parfois le violet 5B, le violet 170, le violet 300, 200 *n*, le bleu de méthylène, l'éosine de Poirier. Je laisse vingt-quatre heures dans le liquide colorant. On peut remplacer avantageusement l'huile d'aniline par la paratoluidine ou même par l'orthotoluidine ou l'acide carbolique, quoiqu'il soit moins sûr, l'acide nitrique par l'acide acétique cristallisé, par l'acide hydrochlorique ou par l'acide formique, etc. On peut, au lieu d'immerger la coupe dans un acide, la soumettre à une seconde coloration bien distincte de la première, plus résistante à l'alcool qui se fixe sur les tissus (bleu de méthylène, hématoxyline, quinoléine, carmin, picrocarmin, safranine, éosine, etc.), mais qui laisse les bactéries avec leur première teinte. De même, après l'action des acides, il est utile pour colorer les autres éléments de soumettre la coupe à

l'action de l'hématoxyline. Si l'on s'est adressé à une coloration bleue pour teindre les bactéries, il est avantageux de soumettre auparavant les préparations à l'action du picrocarminate ou de la safranine, qui résistent aux agents décolorants. Avec toutes ces méthodes les deux bactéries se colorent, celle de la lèpre plus vivement que celle de la tuberculose. Le bacille de la lèpre ainsi coloré se décolore sous l'action de la chaleur ou des acides beaucoup plus difficilement que celui de la tuberculose. Ces propriétés, bien que dignes de remarque, ne suffisent pas pour constituer en général une différence essentielle, parce qu'il existe pour les différents cas de tuberculose des inégalités considérables dans l'intensité des colorations et dans la facilité des décolorations. Toutefois il existe des méthodes compliquées, qui ne réussissent à colorer que le microbe de la lèpre, par exemple l'action pendant une demi-heure de la rosaniline, suivie de décoloration radicale par l'acide nitrique.

» 4° Les deux bactéries peuvent être colorées dans les tissus qui ont subi l'action des acides ou des alcalis, dans ceux qui sont putréfiés, desséchés même depuis des mois, dans ceux qui ont été soumis aux sucs de la digestion ou qui ont servi à pratiquer des inoculations. Le bacille lépreux préparé par la méthode modifiée d'Ehrlich reste coloré après une immersion d'une heure dans l'acide nitrique pur, et ce n'est qu'exceptionnellement que le bacille tuberculeux (dans les cultures et dans la tuberculose inoculée) résiste à l'action de cet acide pendant une demi-heure. En général les deux bacilles restent colorés longtemps après l'action des acides organiques, des alcalis, de la putréfaction et des autres agents indiqués plus haut ».

PHYSIOLOGIE. — *Influence des racines sensitives sur l'excitabilité des racines motrices.* Note de M. **Kanellis.**

« En étudiant au laboratoire de l'École pratique des Hautes Études les caractères de l'onde réfléchie produite par l'excitation d'un nerf moteur en rapport avec la moelle, j'ai aperçu un fait nouveau et qui offre quelque intérêt pour la question de l'excitabilité des nerfs moteurs.

» Voici en quoi consiste l'expérience :

» On ouvre sur une grenouille le canal médullaire et l'on coupe d'un côté toutes les racines en réservant seulement une paire, racine motrice et racine sensitive.

L'excitateur étant placé sur la racine motrice, on l'excite par la dé-

charge d'induction. On cherche le courant minimum qui donne un effet, c'est-à-dire une contraction à l'ouverture. En écartant davantage les bobines, l'excitatrice est sans effet.

» Cela posé, on coupe la racine sensitive, et l'on recommence l'épreuve. Aussitôt la décharge, tout à l'heure inefficace, parce qu'elle était trop faible, devient efficace et provoque une contraction énergique. Le courant minimum de tout à l'heure est pour le nerf moteur dans cette condition un courant fort.

» Les choses se passent donc comme si la section de la racine sensitive avait accru considérablement l'excitabilité du nerf moteur. Nous réservons toute explication relativement à ce phénomène en apparence paradoxal. »

MÉDECINE. — *Immunité des ouvriers en cuivre pendant la dernière épidémie de fièvre typhoïde. — Confirmation des observations antérieures.* Note de M. V. **Burq**, présentée par M. Bouley. (Extrait par l'auteur.)

« Sans parler des faits particuliers, aujourd'hui très nombreux, qui ont été recueillis en France, en Suède, en Russie, en Espagne, en Italie, etc., et jusqu'à Bagdad et au Japon, l'immunité des ouvriers en cuivre a été officiellement constatée pour le choléra après l'épidémie de 1865-66, d'abord à Paris, à la suite d'une enquête exécutée par la Préfecture de police, puis à Marseille, à Toulon, à la Seyne et à Aubagne, et une deuxième fois à Paris, après l'épidémie de 1873 (*voir* le Rapport de MM. Vernois et Devergie au Conseil d'hygiène et de M. Pauchon à la Société des médecins de Marseille).

» Mais ce n'est pas seulement contre le choléra que l'immunité est acquise aux ouvriers de l'industrie du cuivre. Il résulte d'une enquête très étendue, que nous avons faite sur l'épidémie de fièvre typhoïde qui a régné à Paris en 1876-77 et y a fait 2462 victimes, que les ouvriers en cuivre n'y ont compté que pour 2 décès, au lieu de 50 au moins qu'ils auraient dû avoir, et les instrumentistes de la garnison pour 3, dont 1 trompette qui venait de faire un congé de convalescence de trois mois; que la Société modèle, dite du *Bon accord*, composée de 3 à 400 tourneurs, monteurs et ciseleurs en bronze, n'a jamais eu un seul décès, pas plus par la fièvre typhoïde que par le choléra, depuis l'année 1819, époque de sa fondation. La variole et la diphtérie ont fait tout aussi peu de victimes dans cette Société. D'après les renseignements qui nous ont été transmis par le secré-

taire actuel de cette Société, M. Tournier, ciseleur, deux ouvriers ciseleurs seulement ont été atteints, l'un d'une angine couenneuse, et l'autre d'une variole. Ce dernier seul a succombé.

» L'enquête que nous venons de faire sur la dernière épidémie de fièvre typhoïde de Paris nous a donné des résultats absolument conformes aux premiers. Grâce à l'obligeance des administrations de la Statistique municipale et de l'Assistance publique, nous avons pu consulter tous les documents qu'elles possèdent et poursuivre une enquête à domicile, malgré les difficultés nouvelles nées de la suppression du nom du décédé sur l'acte de décès pour sauvegarder le secret médical. En voici le résumé :

» L'épidémie de 1882-83 a fait 2437 victimes (25 de moins qu'en 1876-77), dont 1137 dans la population *civile* mâle de 14 ans et au-dessus, que le dernier recensement porte à 892619 : soit donc 1,3 décès sur 1000.

» Il existe dans l'industrie parisienne un nombre d'ouvriers en cuivre de toutes les catégories qu'on ne saurait évaluer aujourd'hui, hommes et femmes, à moins de 40000. Si donc ces ouvriers ne sont pas plus épargnés que les autres, c'est $40 \times 1,3$ ou 52 décès qu'ils auraient dû avoir.

» Les documents statistiques qui nous ont été communiqués signalaient 5 polisseurs, 5 chaudronniers, 9 tourneurs, 1 mouleur, 6 monteurs, 1 estampeur, 2 ciseleurs, 3 lamineurs, 3 bijoutiers, 2 graveurs, et enfin 2 découpeurs : total, 39 décédés pouvant, à la rigueur, être suspectés de cuivrerie.

» Ce chiffre de 39, quoique inférieur de 13 à la moyenne, et quoique l'on n'y compte ni fondeurs, ni fabricants d'instruments de musique en cuivre, ni opticiens, ni cuivriers proprement dits, qui occupent le haut de l'échelle de préservation par la quantité et la finesse des poussières qu'ils produisent, semble pouvoir, à première vue, être invoqué contre les propriétés préventives attribuées au cuivre ; mais il résulte de l'enquête que nous avons encore pu faire, grâce au fil conducteur mis en nos mains par la Statistique municipale, que, sur ces 39 polisseurs, chaudronniers, tourneurs, etc., 13 n'auraient jamais exercé ou n'exerçaient plus la profession portée sur l'acte de décès, 15 polissaient, tournaient, estampaient, etc., tout autre chose que le cuivre, 7 n'avaient que des rapports de contact ou de voisinage avec le cuivre et ne faisaient aucune poussière ; 1 chaudronnait tantôt le fer, tantôt le cuivre, et qu'en définitive la mortalité réelle des ouvriers en cuivre n'a été que de 3, savoir :

» 2 ciseleurs (préservation de deuxième degré), dont 1 avait compromis les droits qu'il pouvait avoir à la préservation par des chômages réitérés

pour cause de maladie grave et par une hygiène déplorable, et 1 chaudronnier qui faisait surtout la baignoire, laquelle ne nécessite ni emboutissage ni martelage, et qui, de plus, travaillait dans un vaste atelier exceptionnellement aéré.

» Nous avons joint à la présente Communication un Tableau circonstancié de tous les détails de notre enquête. Le temps et les moyens d'exécution nous ont fait défaut pour compléter nos recherches par des expériences de laboratoire sur les microbes.

» *Conclusion.* — L'immunité générale des ouvriers en cuivre par rapport aux maladies infectieuses nous paraît établie sur des observations incontestables.

» Les preuves de cette immunité ont été données d'une manière officielle par l'enquête de la Préfecture de police, qui a démontré que les ouvriers en cuivre de toutes les catégories n'avaient eu à leur compte, dans l'épidémie de choléra de 1865-66, sur environ 10000 morts, que 16 décès, dont plusieurs seraient à retrancher par les circonstances dans lesquelles ils se sont produits (Rapport de M. Vernois au Conseil d'hygiène, Paris, 1869).

» La petite épidémie de 1873 (570 décès) *n'a fait que confirmer nos observations antérieures* (Rapport de M. Devergie au Conseil d'hygiène, Paris, 1876).

» Dans l'épidémie de choléra de 1865, qui fit de si grands ravages à Marseille, à Toulon et à la Seyne, les ouvriers en cuivre n'eurent ensemble, dans ces trois villes, que 3 décès. Dans la ville d'Aubagne, située sur le chemin qu'a suivi invariablement le choléra pour se porter de Marseille sur Toulon et réciproquement, mais qui a une ceinture de fours à poterie où des émaux de cuivre sont, nuit et jour, en fusion, tous ses habitants furent toujours épargnés et ceux des villes voisines infectées y vinrent chercher un refuge assuré contre l'épidémie.

» Dans les deux épidémies de fièvre typhoïde qui ont régné à Paris, en 1876-77 et en 1882-83, les ouvriers en cuivre n'ont compté que 4 victimes, tandis qu'ils auraient dû en compter au moins 100, si la mort avait sévi sur eux dans la même mesure que sur les autres.

» Enfin, il résulte des renseignements donnés par la Société du *Bon accord* que, dans l'espace de soixante-quatre années, on ne compte parmi les membres de cette Société qu'un seul cas de mort par maladie infectieuse (variole).

» Ne ressort-il pas de ces résultats statistiques que l'organisme des

ouvriers exposés à l'action du cuivre constitue pour les éléments vivants d'où procèdent les maladies infectieuses, notamment le choléra et la fièvre typhoïde, un milieu de culture peu favorable à leur développement? Et n'est-on pas autorisé à en conclure que l'*imprégnation cuprique progressive* pourrait être un moyen préservatif contre ces affections, et aussi que pour leur traitement l'administration des sels de cuivre pourrait constituer une ressource précieuse?...

» Un certain nombre de faits, recueillis déjà par plusieurs médecins, témoignent assez de l'efficacité de cette médication pour encourager à la soumettre à de nouvelles épreuves cliniques qui, bien dirigées, n'ont rien de redoutable pour les malades et peuvent leur être très profitables. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Influence de l'altitude sur les phénomènes de végétation.* Note de M. A. Angot, présentée par M. Hervé Mangon.

« Les observations sur les phénomènes périodiques que présentent les animaux et les plantes, développement des végétaux, migrations des oiseaux de passage, éclosion des insectes, et que l'on désigne d'une manière générale sous le nom d'*observations phénologiques*, ont été organisées par le Bureau Central météorologique de France au commencement de l'année 1880. Le nombre des stations, faible d'abord, va en augmentant d'année en année, et l'on peut déjà déduire de ces premières observations quelques résultats intéressants, dont nous nous proposons d'exposer successivement les plus importants.

» Le premier problème à résoudre est de construire des Cartes qui indiquent la marche progressive d'un même phénomène d'un bout à l'autre de la France; mais, en cherchant à dresser de telles Cartes, nous avons été longtemps arrêté par une très grosse difficulté, provenant de l'influence de l'altitude. Dans les régions où le relief du sol varie beaucoup, on trouve des différences considérables entre les époques où se produit un phénomène donné, et l'on peut constater ainsi, dans un même département, des écarts de quarante à cinquante jours, c'est-à-dire aussi grands que ceux qui existent normalement entre les époques du même phénomène pour deux points situés à la même altitude, l'un dans le nord, l'autre dans le sud de la France. Le problème est ainsi tout à fait analogue à celui qui se pose quand il s'agit de construire une Carte qui indique la répartition générale de la pression

atmosphérique : on doit, de toute nécessité, corriger les observations de l'influence de l'altitude, les réduire au niveau de la mer. Nous avons fait de même pour les phénomènes de végétation.

» Pour opérer cette réduction, il faut déterminer d'abord, pour chaque phénomène, la loi de retard avec l'altitude. Nous avons choisi pour cela les départements où l'altitude varie entre les plus grandes limites, et nous avons commencé par grouper toutes les stations dont l'altitude est sensiblement la même, de manière à former des moyennes, d'où fût, autant que possible, éliminée l'influence des perturbations locales provenant de la nature ou de l'exposition du sol, etc.

» Prenons, comme exemple, l'époque de la moisson du blé d'hiver en 1880 et 1881; nous avons obtenu les données suivantes :

	Nombre de stations.	Altitude moyenne.	Époque moyenne.		Nombre de stations.	Altitude moyenne.	Époque moyenne
1880. Ain.	14	253^{m}	189 (1)	1881. Ain.	4	198^{m}	190
»	4	440	194	»	5	253	190
»	2	580	205	»	2	425	192
»	2	810	214	»	3	555	201
Allier.	3	225	204	Lozère.	4	750	200
»	2	385	210	»	1	1200	218
Pyrénées-Orientales.	1	340	176	Puy-de-Dôme.	1	345	196
»	1	513	187	»	2	504	206
»	1	740	191	Vaucluse.	2	70	172
»	1	1110	206	»	2	210	176
Haute-Savoie.	3	460	208	»	4	820	193
»	2	1100	233				

» En supposant que l'époque de la moisson retarde uniformément de quatre jours quand l'altitude augmente de 100^{m}, on obtient pour les époques réduites au niveau de la mer, dans les différents groupes qui précèdent, les valeurs suivantes, à côté desquelles nous avons placé les moyennes obtenues en tenant compte du nombre d'observations de chaque groupe :

(1) Ce nombre indique le numéro d'ordre du jour de l'année où le phénomène considéré s'est produit; ainsi 152 représente le 1er juin, 182 le 1er juillet, etc.

		Époques réduites au niveau de la mer.	Moyenne.
1880.	Ain	179, 177, 182, 182	179
	Allier	195, 195	195
	Pyrénées-Orientales	162, 166, 161, 162	163
	Haute-Savoie	190, 189	190
1881.	Ain	182, 180, 175, 179	180
	Lozère	170, 170	170
	Puy-de-Dôme	182, 186	185
	Vaucluse	169, 167, 160	164

» L'écart moyen de chacun de ces nombres à la moyenne correspondante est seulement $\pm 0^j,8$, il dépasserait au contraire $\pm 1^j,8$, si l'on admettait comme loi du retard trois jours pour 100^m d'altitude.

» Il résulte donc de ce qui précède que l'époque de la moisson du blé d'hiver retarde en moyenne, en France, de quatre jours quand l'altitude augmente de 100^m.

» Les époques de moisson, ainsi corrigées de l'altitude et portées sur une Carte, permettent de tracer des courbes dont la simplicité est très grande, comme on le voit sur les exemples que j'ai l'honneur de soumettre à l'Académie en même temps que cette Note. On peut dès lors construire ces Cartes, réduites au niveau de la mer, au moyen d'un nombre d'observations relativement restreint, et c'est par ce moyen seulement que nous avons réussi à tirer quelque parti des observations de végétation recueillies en France dans les années 1880 et 1881. Pour passer des Cartes réduites au niveau de la mer aux Cartes qui donnent les époques vraies, il suffit, du reste, de relever sur les premières les époques correspondant à un certain nombre de points et d'y ajouter la correction d'altitude.

» Nous n'avons considéré, dans ce qui précède, que la moisson du blé d'hiver, mais la méthode est évidemment générale et nous espérons pouvoir indiquer prochainement les principaux résultats auxquels elle nous a conduit. »

M. Lepelley adresse à l'Académie une Note relative aux précautions à prendre pour éviter les explosions des chaudières.

M. Cabanellas adresse quelques remarques relatives au Rapport présenté par M. Cornu sur les expériences de transport électrique à la gare du Nord.

A 4 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 9 avril 1883.

Ministère de l'Agriculture. Direction de l'Agriculture. Compte rendu des travaux du service du Phylloxera; année 1882. *Procès-verbaux de la session annuelle de la Commission supérieure du Phylloxera. Rapports et pièces annexes, etc.* Paris, Impr. nationale, 1883; gr. in-8°.

La lutte contre le Phylloxera; par J.-A. Barral. Paris, Marpon et Flammarion, 1883; 1 vol. in-12.

Etudes sur les corps à l'état sphéroïdal; par M. P.-H. Boutigny (d'Évreux); 4e édition. Paris, Germer-Baillière, 1883; 1 vol. in-8°.

Jacquemier. *Conducteur autonome universel. — Notice sur quelques appareils exposés par M. R. Jacquemier. — Le Cinémomètre.* Paris, 1878-1881; 3 br. in-8°. (Adressé au Concours Plumey, 1883.)

La capsule interne et la couronne rayonnante d'après la cérébrotomie méthodique. — Essai de topographie cérébrale par la cérébrotomie méthodique; par M. le Dr Bitot. Paris, aux bureaux du *Progrès médical*, 1878-1881; 2 vol in-8°. (Adressé au Concours Lallemand, 1883.)

Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche, pubblicato da B. Boncompagni, t. XV, maggio 1882. Roma, 1882; in-4°.

Buddhism : its historical, theoretical and popular aspects. In three lectures; by Ernest-John Eitel. Second edition. Hong-Kong, Lane, Crawford and C°, 1873; in-8°.

A chinese dictionary in the cantonese dialect; by Ernest-John Eitel, London, Trubner and C°; Hong-Kong, Lane, Crawford and C°, 1877; in-8° relié.

Feng-Shui : or, the rudiments of natural Scienze in China; by Ernest-John Eitel. Hong-Kong, Lane, Crawford and C°, 1873; in-8°.

Ouvrages reçus dans la séance du 16 avril 1883.

Ministère de la Marine et des Colonies. Mémorial de l'artillerie de la Marine; t. X, 3e livraison. — *Aide-mémoire d'artillerie navale;* 3e livraison, 1882. Paris, L. Baudoin, 1882; 2 livraisons, texte et planches. (Deux exemplaires.)

Répertoire alphabétique des principales localités mentionnées dans le Compendium *et le* Conspectus floræ atlanticæ, *avec deux Cartes botaniques de l'Algérie et des Notices sur ces Cartes; par* E. Cosson. Paris, G. Masson, 1882; 1 vol. in-8°, relié avec Cartes collées sur toile.

Comité international des Poids et Mesures. Procès-verbaux des séances de 1882. Paris, Gauthier-Villars, 1883; in-8°. (Deux exemplaires.)

Les Microzymas dans leurs rapports avec l'hétérogénie, l'histogénie, la physiologie et la pathologie; par A. Béchamp. Paris, J.-B. Baillière, 1883; in-8°.

L.-P. Mouillard. *L'empire de l'air. Essai d'ornithologie appliquée à l'aviation.* Paris, G. Masson, 1881; in-8°. (Adressé au Concours Pénaud, 1883.)

Quel est l'inventeur de la nomenclature binaire? Remarques historiques; par le Dr Saint-Lager. Paris, J.-B. Baillière, 1883; in-8°.

Des origines des Sciences naturelles, suivies de Remarques sur la nomenclature zoologique; par le Dr Saint-Lager. Paris, J.-B. Baillière, 1883; gr. in-8°.

Mémoires de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse; t. IV, 2e semestre. Toulouse, imp. Douladoure-Privat, 1883; in-8°.

Histoire naturelle des champignons comestibles et vénéneux; par G. Sicard. Paris, Ch. Delagrave, 1883; gr. in-8°. (Adressé au Concours Desmazières, 1883.)

Les Oiseaux de la France, par Louis Magaud, d'Aubusson. *Première monographie : Corvidés. Histoire naturelle générale et particulière des passereaux déodactyles cultrirostres observés en France.* Paris, A. Quantin, 1883; in-4° relié. (Présenté par M. le Baron Larrey.)

Recherches sur le jeu du solitaire, œuvre posthume du chevalier Paul Busschop. Bruges, imp. Daveluy, 1878; in-8°.

Essai d'une théorie générale supérieure de philosophie naturelle et de thermochimie; par E. Delaurier; 1er fascicule. Paris, imp. Lahure, 1883; in-8°.

Cuirassé le Richelieu, *commandé par M.* Marcq de Saint-Hilaire, *Capitaine de vaisseau. Rapport sur les appareils d'éclairage électrique,* 1879; in-4°. (Extrait du *Mémorial du Génie maritime.*)

Les forces physiques, oxygène transformé; par le Dr S. Vinci. Catane, 1883; br. in-8°.

Annuaire du lycée juridique de Jaroslaw; liv. 28 et 29. Jaroslaw, 1879-1882; 2 vol. in-8°. (En langue russe.)

Festschrift zur dritten saecularfeier der Alma Julia Maximiliana gewidmet von der medicinischen Facultät Wurzburg. Leipzig, M. Vogel, 1882; 2 vol. in-4°.

Atti della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche, vol. IV. Napoli, 1882; in-4°.

Cenni sulla storia della Geodesia in Italia dalle prime epoche fin'oltre la metà del secolo XIX. *Memoria del Prof.* P. Riccardi; Parte II. Bologna, Gamberini e Parmeggiani, 1883; in-4°.

Report of the Superintendent of the U. S. coast and geodetic Survey showing the work during the fiscal year ending with june 1880. Washington, government printing Office, 1882; in-4°. (Texte et cartes.)

S.-O. Lindberg. *Monographia Metzgeriae. — Om de Europeiska Trichostomeæ. — Contributio ad floram cryptogamam. — De Gryphæis europæis, etc., etc.*; 7 opuscules in-4° et 18 opuscules in-8°. (Adressés au Concours Desmazières, 1883.)